

Φίλτρα

Θόρυβος

Συσχέτιση ακουστικών  
σημάτων

## Εισαγωγή στην Ακουστική Ωκεανογραφία

Σύστημα

$$g = L(f)$$

Διακριτό Σύστημα

$$g_n = L(f_n)$$

Γραμμικό σύστημα

$$L(a_1 f_1 + a_2 f_2) = a_1 L(f_1) + a_2 L(f_2)$$

Είσοδος

$f$



Έξοδος

$$g = L(f)$$

# Φίλτρα

Ένα φίλτρο είναι ένα γραμμικό σύστημα που μετασχηματίζει ένα σήμα σε κάποιο άλλο.

Συνήθως αναφερόμαστε σε φίλτρα των οποίων η απόκριση αποκόπτει συχνότητες από το σήμα εισόδου και δίδει έξοδο με επιθυμητή μορφή.

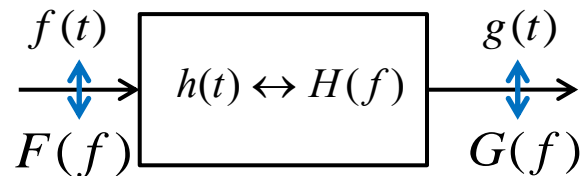
Συνάρτηση μεταφοράς (transfer function)  $H(f)$   $H(\omega)$

Συνάρτηση απόκρισης παλμού (impulse response)  $h(t)$

$$h(t) \leftrightarrow H(f)$$

$$h(t) \leftrightarrow H(\omega)$$

$$f(t) \leftrightarrow F(f)$$



# Φίλτρα

$$g(t) = f(t) * h(t)$$

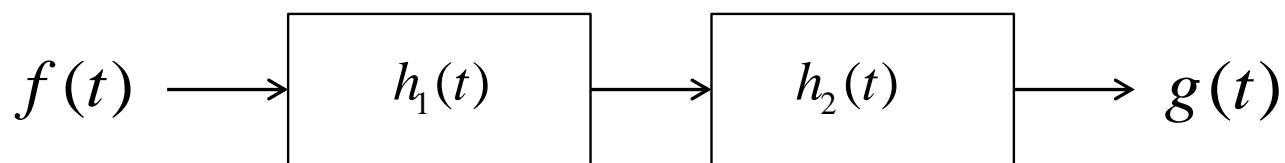
$$g(t) \leftrightarrow G(f) \quad G(f) = F(f)H(f)$$

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{i\omega t} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) e^{i2\pi ft} df$$

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) e^{i2\pi ft} df = \int_{-\infty}^{\infty} F(f)H(f) e^{i2\pi ft} df$$

# Φίλτρα

Εν σειρά σύνδεση φίλτρων

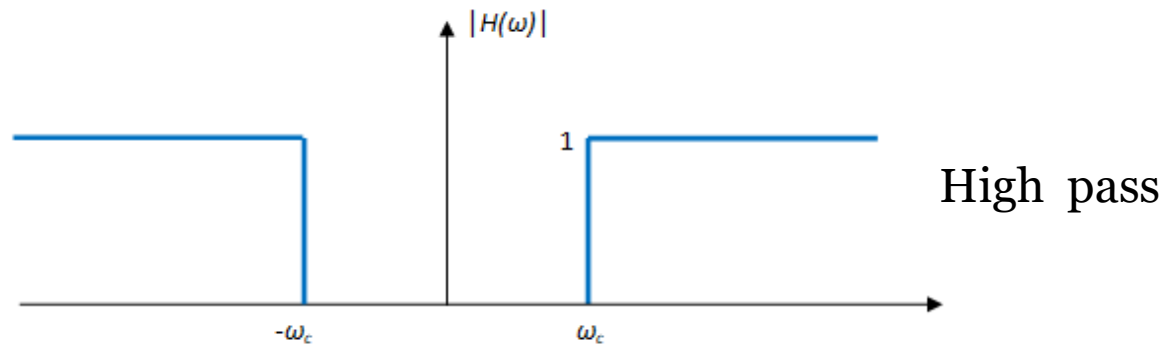
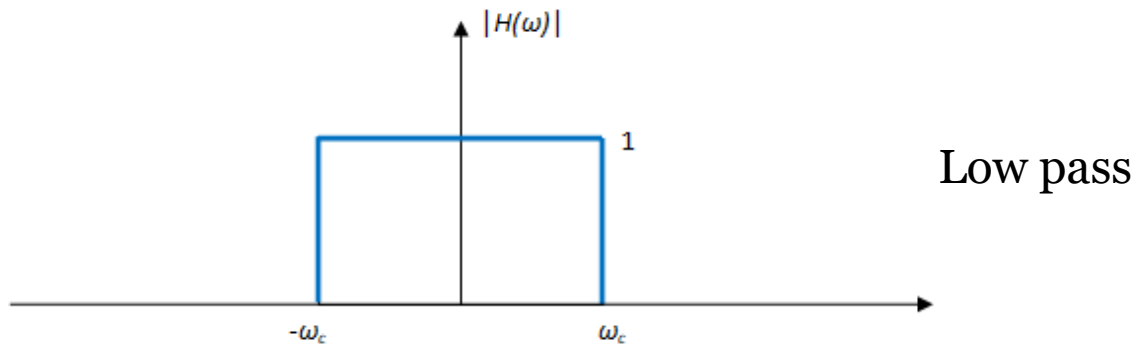


$$h_1(t) \leftrightarrow H_1(f), \quad h_2(t) \leftrightarrow H_2(f)$$

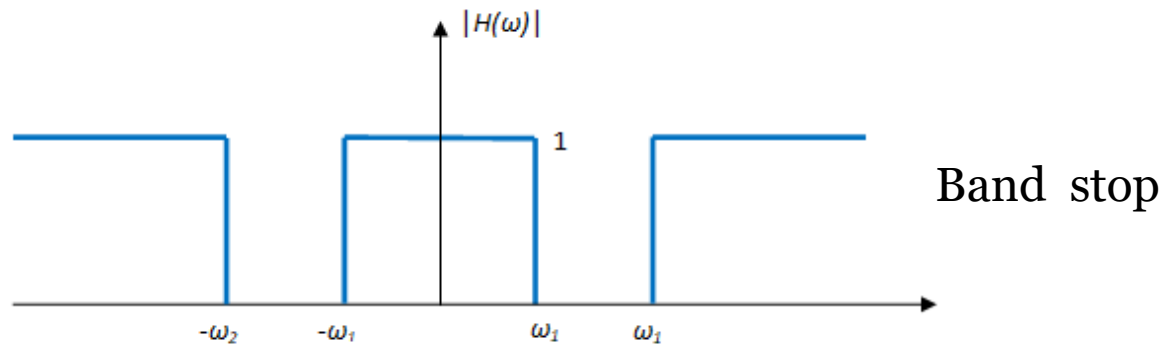
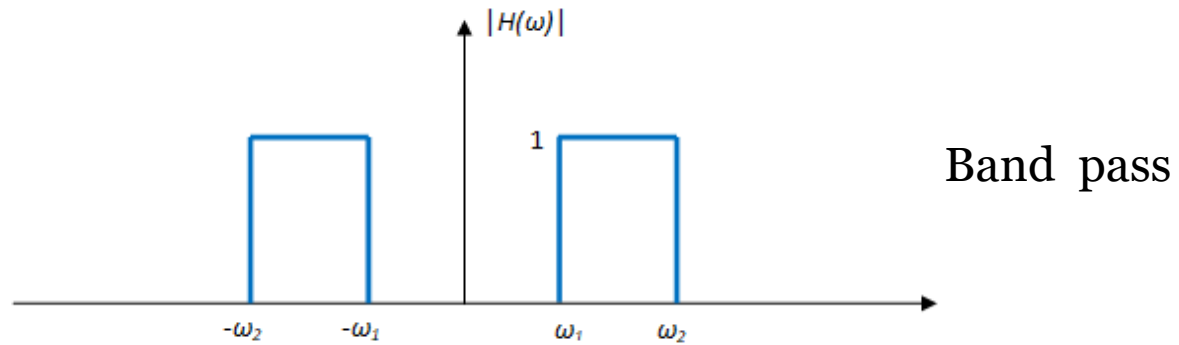
$$h(t) = h_1(t) * h_2(t), \quad H(f) = H_1(f)H_2(f)$$

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(f)H_1(f)H_2(f)e^{i2\pi ft} df$$

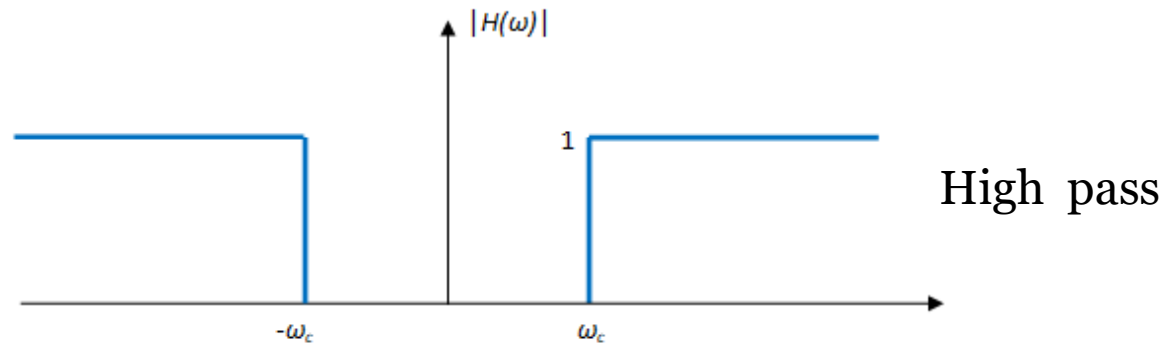
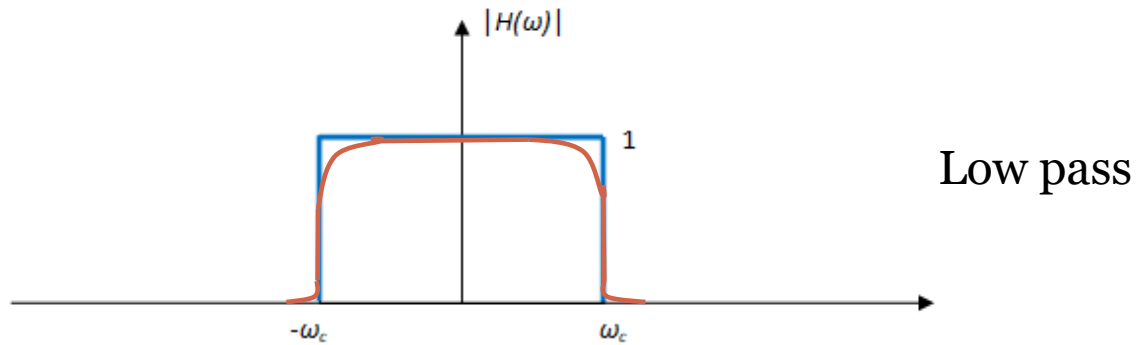
## Ιδεατά φίλτρα αποκοπής συχνοτήτων



## Ιδεατά φίλτρα αποκοπής συχνοτήτων



## Ιδεατά φίλτρα αποκοπής συχνοτήτων





$$I_{hh} = \int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 dt$$

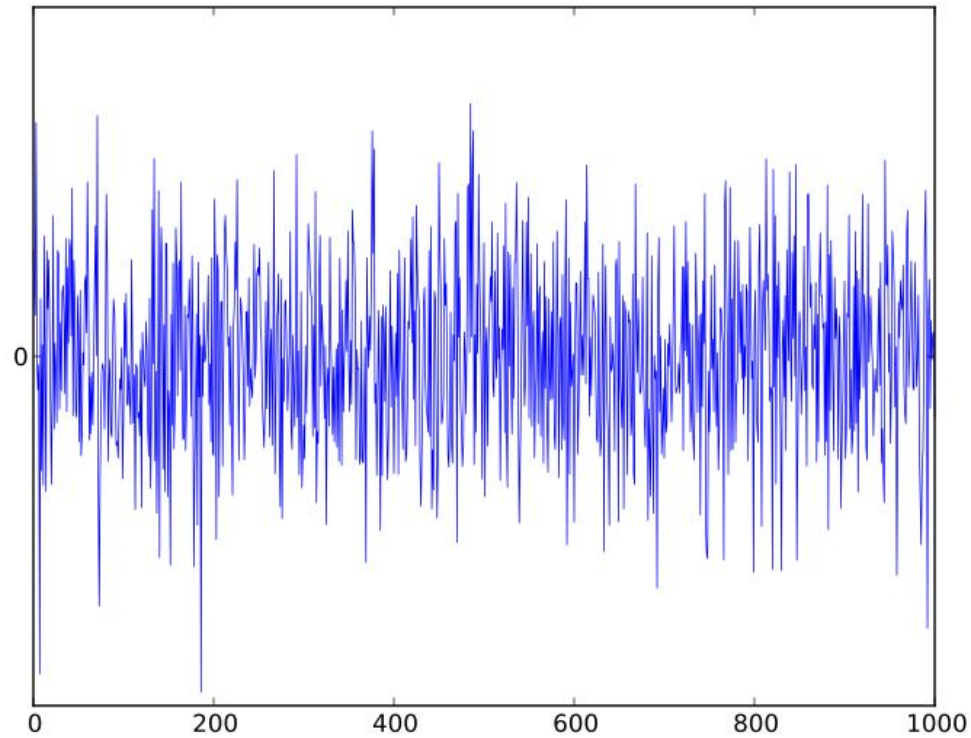
Μέση τετραγωνική έξοδος φίλτρου

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega \quad \text{Θεώρημα Parseval}$$

$$I_{hh} = \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} |F(f)|^2 |H(f)|^2 df = 2 \int_0^{\infty} |F(f)|^2 |H(f)|^2 df$$

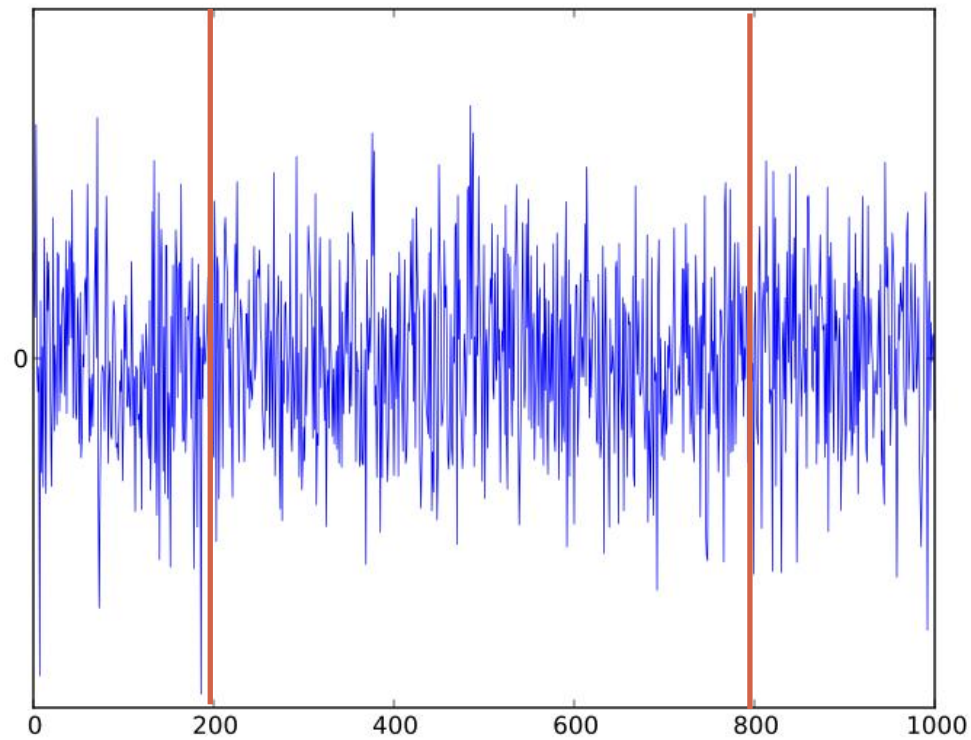
$$I_{hh} = 2 \langle |F(f)|^2 \rangle \int_0^{\infty} |H(f)|^2 df$$

# Θόρυβος



By Morn - Own work, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=24084756>

# Θόρυβος



$\leftarrow T \rightarrow$

$$T \gg T_{\max} = \frac{1}{f_{\min}}$$

# Θόρυβος

$$\langle |n(t)|^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T |n(t)|^2 dt$$

$$n(t) \leftrightarrow S(f) \quad |S(f)|^2 = S_{nn}(f)$$

Περνάμε το θόρυβο από φίλτρο  $H(f)$

$$\langle |g_n(t)|^2 \rangle = 2 \int_0^\infty S_{nn}(f) |H(f)|^2 df$$

# Θόρυβος

$$\langle |n(t)|^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T |n(t)|^2 dt$$

$$n(t) \leftrightarrow S(f) \quad |S(f)|^2 = S_{nn}(f)$$

$$\langle |g_n(t)|^2 \rangle = 2 \int_0^\infty S_{nn}(f) |H(f)|^2 df$$

$$S_{nn}(f) = 0.5 P_{nn}(f) \quad \text{Φασματική πυκνότητα} \quad Pa^2 / Hz$$

$$\text{Φασματικό Επίπεδο} \equiv 10 \log_{10} \left[ \frac{2S_{nn}(f)}{|p_{ref}|^2} \right] \quad \text{dB re } p_{ref} / Hz$$

# Θόρυβος

Ολοκληρώνοντας το φασματικό επίπεδο σε όλο το φάσμα του θορύβου (περιοχή συχνοτήτων) παίρνομε το **Επίπεδο Θορύβου** (*Noise Level-NL*) εξίσωση Sonar.

Παράδειγμα : Θόρυβος με σταθερό φασματικό επίπεδο  $N$  σε ένα εύρος συχνοτήτων  $B$

$$N = 10 \log_{10} \left[ \frac{2S_{nn}(f)}{|P_{ref}|^2} \right] \longrightarrow \left[ \frac{2S_{nn}(f)}{|P_{ref}|^2} \right] = 10^{\frac{N}{10}}$$

# Θόρυβος

Ολοκληρώνοντας το φασματικό επίπεδο σε όλο το φάσμα του θορύβου (περιοχή συχνοτήτων) παίρνομε το **Επίπεδο Θορύβου** (*Noise Level-NL*) εξίσωση Sonar.

Ολοκλήρωση στην περιοχή  $B$ , και με δεδομένο ότι η φασματική πυκνότητα είναι σταθερή παίρνομε συνολικό ενεργειακό περιεχόμενο θορύβου

$$B \times \left[ \frac{2S_{nn}(f)}{|P_{ref}|^2} \right] = B \times 10^{\frac{N}{10}} \quad \text{και επίπεδο θορύβου}$$

$$NL = 10 \log_{10} \left[ B \times \frac{2S_{nn}(f)}{|P_{ref}|^2} \right] \quad \text{dB} = 10 \log_{10} (B \times 10^{\frac{N}{10}}) = N + 10 \log_{10} B$$

# Θόρυβος

Δοθέντος ενός σήματος

$$g(t) \leftrightarrow F(f)$$

που έχει καταγραφεί σε επίπεδο θορύβου φασματικής πυκνότητας

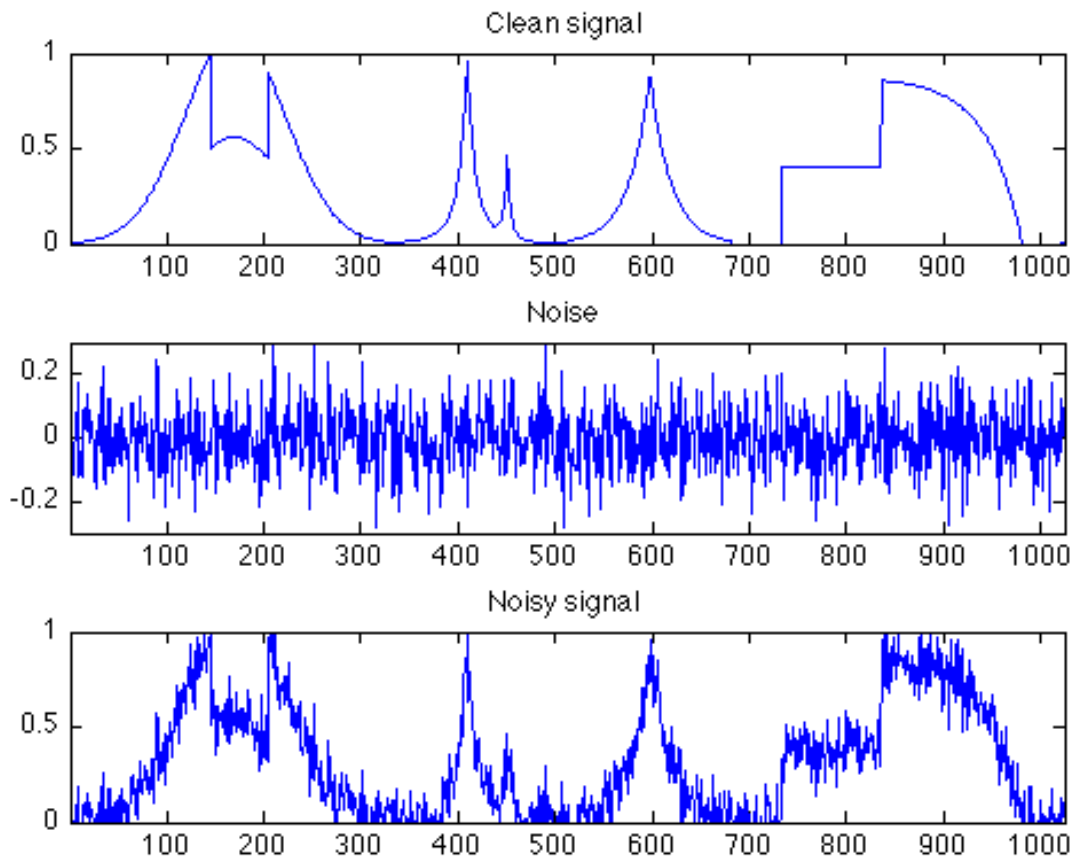
$$2S_{nn}(f) = P_{nn}(f)$$

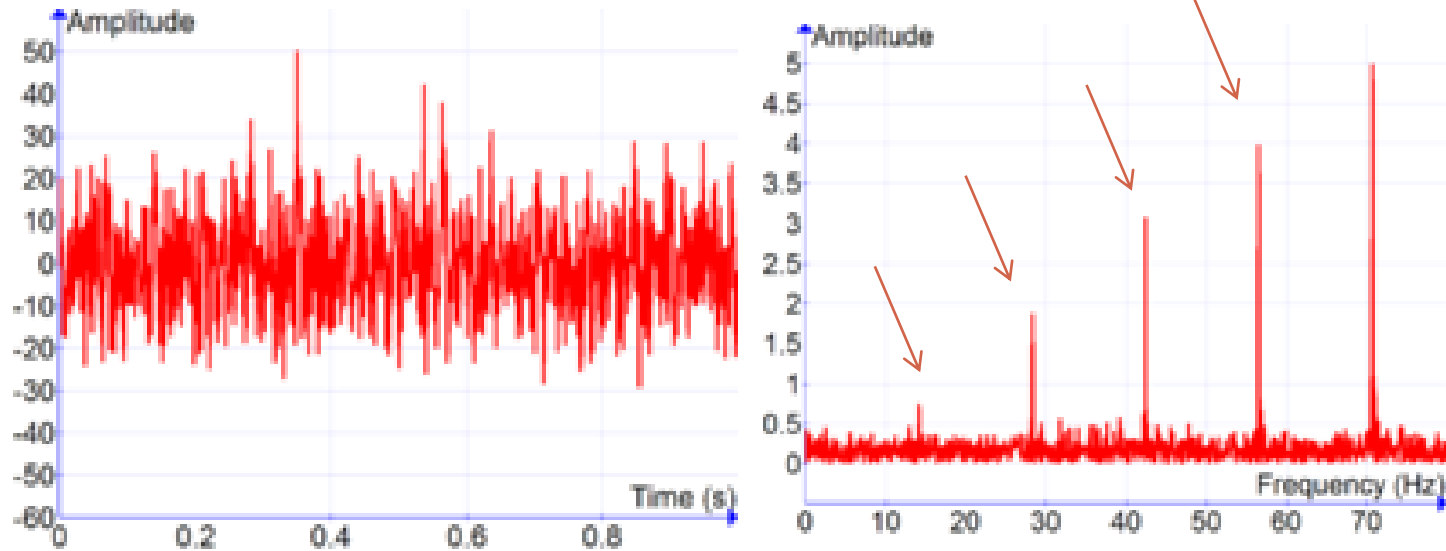
Λόγος σήματος προς θόρυβο

$$S / N = \frac{|F(f)|^2}{2S_{nn}(f)}$$

$$S / N \text{ (dB)} = 10 \log_{10} \left( \frac{|F(f)|^2}{2S_{nn}(f)} \right)$$







Ο μετασχηματισμός Fourier οδηγεί στη διαπίστωση της ύπαρξης πέντε διακριτών βασικών συχνοτήτων στο σήμα