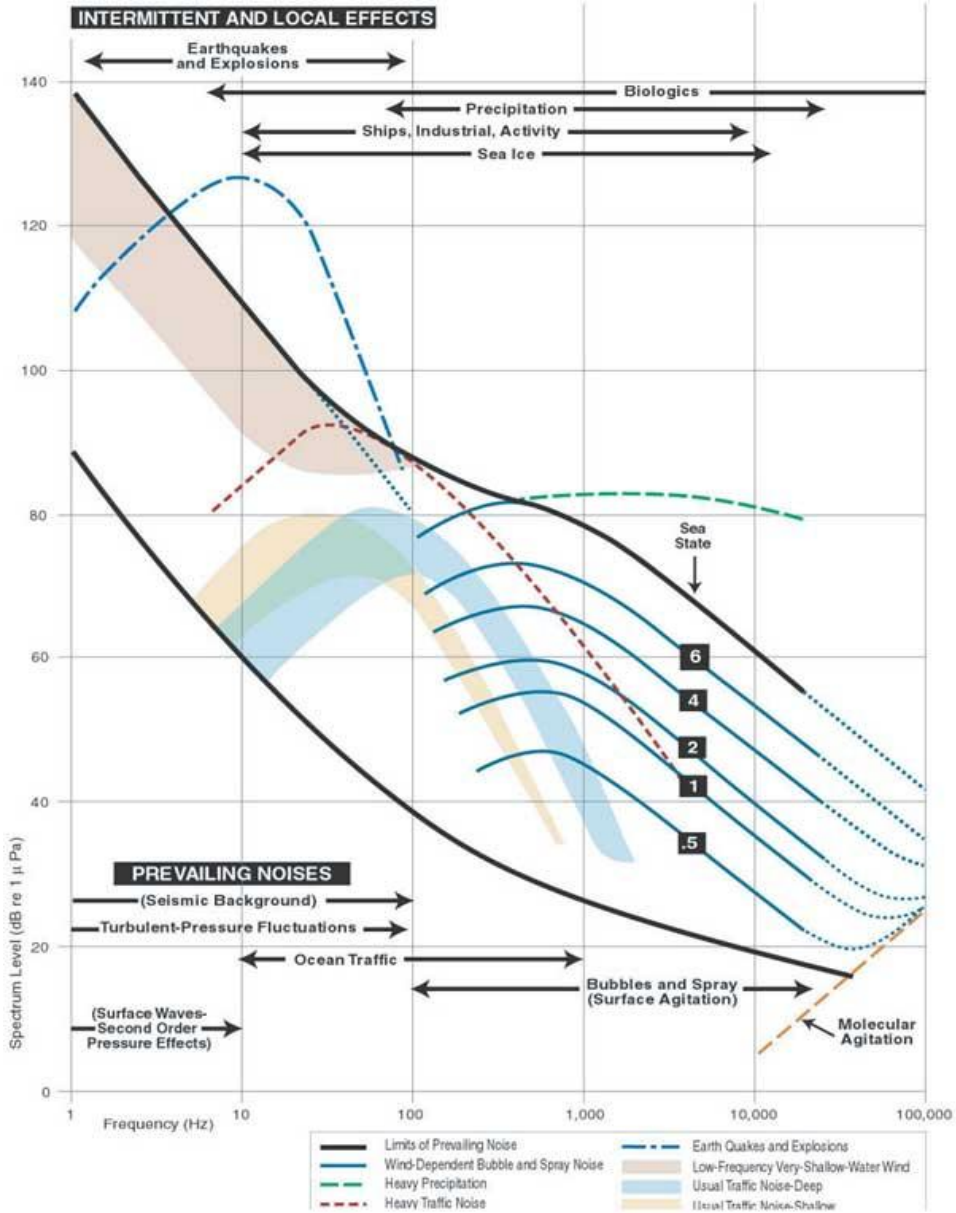
Θόρυβος Θαλάσσιου περιβάλλοντος

Συσχέτιση ακουστικών σημάτων

Εισαγωγή στην Ακουστική Ωκεανογραφία



Ο Θόρυβος στο Θαλάσσιο Περιβάλλον

Συσχέτιση ακουστικών σημάτων

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x_n = 0 \qquad \langle y \rangle = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} y_n = 0$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x_n^2 \qquad \sigma_y^2 = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} y_n^2$$

$$e^2(k) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}[(C_{xy}(k)\frac{x_n}{\sigma_x}) - \frac{y_{n+k}}{\sigma_y}]^2$$

Θέλομε ελαχιστοποίηση του $e^2(k)$

$$\frac{\partial e^2(k)}{\partial C_{xy}(k)} = 0$$

Συσχέτιση ακουστικών σημάτων

$$e^2(k) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}[(C_{xy}(k)\frac{x_n}{\sigma_x}) - \frac{y_{n+k}}{\sigma_y}]^2$$

$$C_{xy}(k) = \frac{1}{\sigma_x \sigma_y N}\sum_{n=0}^{N-1} x_n y_{n+k}$$

Συνάρτηση συσχέτισης (correlation) $\in [1, -1]$

$C_{xy}(k) = 0$ → Σήματα ασυσχέτιστα (ανόμοια)

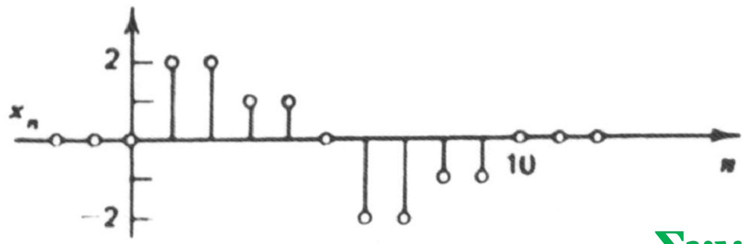
Για όμοια σήματα : $C_{xy}(k) : \max$ → Μετατόπιση k

$$C_{xy}(k) = \frac{1}{\sigma_x \sigma_y N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n^* \quad y_{n+k}$$

Τα σήματα είναι εν γένει μιγαδικά

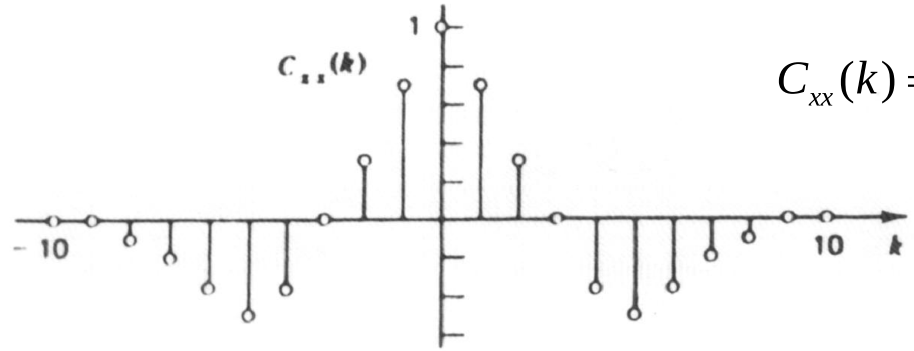
$$\mathrm{cov}[x, y(k)] \equiv \sigma_x \sigma_y C_{xy}(k) = < x^* y(k) >$$

Συνάρτηση συνδιακύμανσης (covariance)



Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης

$$C_{xx}(k) = \frac{1}{\sigma_x \sigma_x N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n^* \quad x_{n+k}$$



$$\mathrm{cov}[x, y(k)] \equiv \sigma_x \sigma_y C_{xy}(k) = < x^* y(k) >$$

Για ένα συνεχές σήμα *x(t)* διάρκειας *T* του οποίου γίνεται δειγματοληψία με *N* ισαπέχοντα κατά Δ*t* χρονικά δείγματα

$$N = T / \Delta t$$

$$x_n = x(n\Delta t) = x(t_n)$$

Ένα δεύτερο σήμα *y(t)*

$$y_{n+k} = y(t_n + \tau)$$

Μπορεί να εφαρμοστεί αντίστοιχη θεωρία για τη συσχέτιση τους

$$x_n \to x(t), \quad y_{n+k} \to y(t+\tau)$$

$$\mathrm{cov}[x, y(k)] \equiv \sigma_x \sigma_y C_{xy}(k) =< x^* y(k) >$$

$$\mathrm{cov}[x, y(\tau)] = \frac{1}{N} \sum_n x^*(t) y(t+\tau) = \frac{1}{T} \sum_n x^*(t) y(t+\tau) \Delta t$$

$$\mathrm{cov}[x, y(\tau)] = \frac{1}{T} \int_0^T x^*(t) y(t+\tau) dt =< x^*(t) y(t+\tau) >$$

$$\sigma_x^2 \equiv \frac{1}{\mathrm{T}} \int_0^{\mathrm{T}} |x(t)|^2 dt \qquad \sigma_y^2 \equiv \frac{1}{\mathrm{T}} \int_0^{\mathrm{T}} |y(t)|^2 dt \qquad C_{xy}(\tau) = \frac{\mathrm{cov}[x, y(\tau)]}{\sigma_x \sigma_y}$$

Για $\sigma_x, \sigma_y \neq 0, \quad t \to \infty$ $\qquad \sigma_x \sigma_y C_{xy}(\tau) = \lim_{T \to \infty} (\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x^*(t) y(t+\tau) dt)$

Μη περιοδικά σήματα

$$C_{xy}(\tau) = \frac{1}{(I_{xx} I_{yy})^{1/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t) y(t+\tau) dt$$

$$C_{xx}(\tau) = \frac{1}{I_{xx}} \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t) x(t+\tau) dt$$

$$I_{xx} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

$$I_{yy} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt$$

Σήματα και θόρυβος

Ανάκλαση από επιφάνεια σήματος $x(t)$

Λήψη $a(t) = x(t-T) + n(t)$

$$a_n = x_{n-j} + n_n\,, \quad t = n\Delta t, \quad T = j\Delta t$$

$$C_{xy}(k) = \frac{1}{\sigma_x \sigma_y N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n y_{n+k}$$

$$\sigma_x \sigma_a C_{xa}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n^* (x_{n-j+k} + n_{n+k})$$

Συνδιακύμανση

$\sigma_a^2 \approx \sigma_x^2 + \sigma_n^2$ για $|C_{xn}(k)| << 1$

$$C_{xa}(k) = \frac{\sigma_x}{\sigma_a} C_{xx}(k-j) + \frac{\sigma_n}{\sigma_a} C_{xn}(k)$$

Σήματα και θόρυβος

Ανάκλαση από επιφάνεια σήματος $x(t)$

$$a(t) = x(t-T) + n(t)$$

$$a_n = x_{n-j} + n_n$$

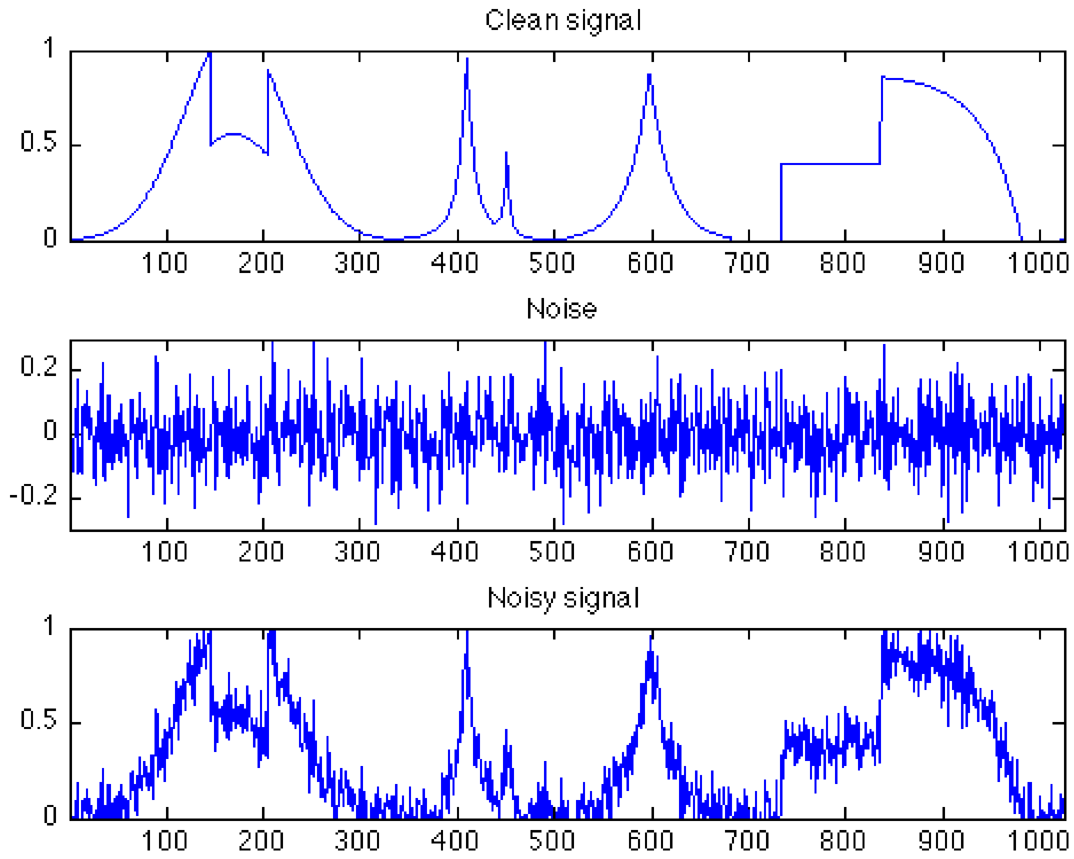
$$C_{xa}(k) = \frac{\sigma_x}{\sigma_a} C_{xx}(k-j) + \frac{\sigma_n}{\sigma_a} C_{xn}(k)$$

$C_{xx}(k-j)$ max για $k = j$

για $C_{xn} \simeq 0$, $C_{xa}(k)$ είναι max για $k = j$

Εάν οι ταλαντώσεις του $C_{xa} < \sigma_x / \sigma_a$

$C_{xa}(k)$ έχει ακρότατο για $k = T = j\Delta t$


Clean signal
1
0.5
0
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000
Noise
0.2
0
-0.2
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000
Noisy signal
1
0.5
0
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000