Φυσική ΙΙ 2021-2022

2η ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Νόμος του Gauss , Ηλεκτρικό δυναμικό

Άσκηση 1: 1α)Σε μια συγκεκριμένη περιοχή του χώρου, το ηλεκτρικό δυναμικό δίνεται από τη σχέση $\varphi(\vec{x})$=$5y - 3zy^2 + 2zx^2$.
(α) Βρείτε τις σχέσεις που δίνουν τις συνιστώσες x,y, και z του ηλεκτρικού πεδίου στην περιοχή αυτή.
(β) Ποιο είναι το μέτρο του πεδίου στο σημείο Σ με συντεταγμένες (-2, 1, 0);.

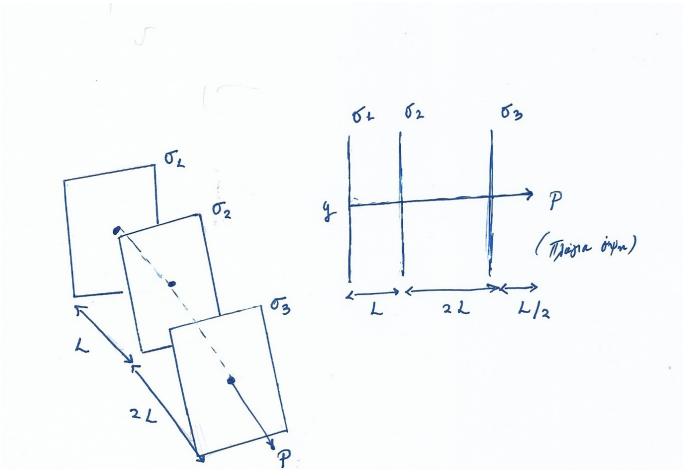
1β)Να βρεθεί η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα σημεία (0, 0, 0) και (4, 2, 1).Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε μια περιοχή του χώρου δίνεται από την εξίσωση

$$\vec{E} = Ax^2yz\hat{x} + Bxyz\hat{y} + xy^2z\hat{z}$$

.

Άσκηση 2: 2α)Να προσδιοριστεί το ηλεκτρικό πεδίο που παράγει ένα ομοιόμορφα ηλεκτρισμένο επίπεδο.

2β)Τρεις πλάκες άπειρων διαστάσεων κατασκευασμένες από μονωτικό υλικό έχουν ομοιόμορφες επιφανειακές πυκνότητες φορτίου σ_1, σ_2 = -2σ_1 και σ_3 = - σ_1 αντίστοιχα και είναι παράλληλα τοποθετημένες όπως φαίνεται στο σχήμα. Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο Π, που απέχει απόσταση $L/2$ από την επιφάνεια 3. Θα μπορούσαμε να αντικαταστήσουμε τις τρεις πλάκες με μία χωρίς να μεταβληθεί το ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο P
.



(Σχήμα 1)

Άσκηση 3: Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίου που παράγει ένας αγωγός.

Άσκηση 4: Ποια η διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο πλακών ενός πυκνωτή·

Άσκηση 5: Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο εξ αιτίας μιας άπειρης φορτισμένη πλάκας . (*) Στις ασκήσεις 3 , 4 , 5 η κατανομή είναι ομοιόμορφη επιφανειακή. Χρησιμοποιείστε το νόμο του *Gauss*

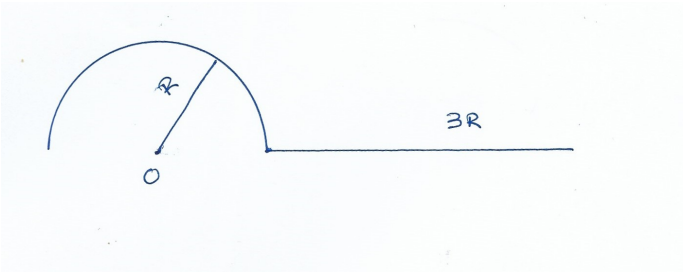
Άσκηση 6: Θεωρείστε το ηλεκτρικό πεδίο *Coulomb* που παράγει σημειακό φορτίο στην $\vec{E}(\vec{x}) = k\frac{q}{||\vec{x}||^2}\frac{\vec{x}}{||\vec{x}||}$. Δείξτε ότι $\vec{E} = -\nabla\phi$, αν $\phi(\vec{x}) = k\frac{q}{||\vec{x}||} + c$, για σταθερά c πραγματική. Ποιες είναι οι ισοδυναμικές επιφάνειες $\phi(\vec{x}) = \lambda$, όπου λ ανήκει στο σύνολο τιμών του δυναμικού;

Άσκηση 7: Υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο που παράγει μία συμπαγής ηλεκτρικά φορτισμένη μεταλλκή μπάλα ακτίνας $2m$, με χρήση του νόμου του *Gauss*.

Άσκηση 8: Να εξάγετε την διαφορική μορφή του νόμου *Gauss* από την ολοκληρωτική μορφή του θεωρήματος , χρησιμοποιώντας το θεώρημα της απόκλισης (από Απ 3).

Άσκηση 9: Αποδείξτε ότι ισχύει το θεώρημα *Gauss* στον φορτισμένο κύβο, εξ αιτίας σημειακού φορτίου q τοποθετημένου στο (0,0,0). Θεωρούμε δηλαδή ως επιφάνεια *Gauss* τον κύβο αυτό. Ο κύβος (K) είναι κεντραρισμένος στο (0,0,0) με ακμή L (Στον κύβο : $K = [-L/2, L/2]^3$ δεν υπάρχει σφαιρική συμμετρία).

Άσκηση 10: Να αποδείξετε ότι το ηλεκτρικό δυναμικό στο σημείο Ο του σχήματος ως προς αναφορά σε άπειρη απόσταση ισούται με $2k_e\lambda\pi+2k_e\lambda ln2$. Η πυκνότητα φορτίων σε όλη την διάταξη είναι σταθερή και ίση με λ. Θεωρήστε ότι το σημείο Ο είναι στην αρχή του άξονα $x'x$.



(Σχήμα 2)

Άσκηση 11 (Επανάληψη Διανυσματικού Λογισμού): 1.Αν $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ και $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$ η αντίστοιχη βάση , υπολογίστε την απόκλιση των παρακάτω διανυσματικών πεδίων. α)$\vec{X} = x_1\vec{e_1} + x_2\vec{e_2} + x_3\vec{e_3}$ β)$\vec{X} = x_2\vec{e_1} + x_3\vec{e_2} + x_1\vec{e_3}$ γ)$\vec{X} = x_1^2x_2\vec{e_1} + 2\vec{e_2} + sin(x_1 - x_3)\vec{e_3}$

2.Επαληθεύστε το θεώρημα της απόκλισης για το διανυσματικό πεδίο $\vec{X} = \frac{1}{3}\vec{x}$ στη μοναδιαία ανοιχτή μπάλα με κέντρο την αρχή. , Ω=$B_1(\vec{0})$.

Άσκηση 12: Δείξτε ότι $\Delta\varphi$=$-\rho/\epsilon_0$ (Poisson equation) υποθέτοντας ότι δυναμικό είναι τάξης C^2 και χρησιμοποιώντας ότι $\vec{E} = -\nabla\phi(\vec{x})$.

Άσκηση 13: Έστω η κατανομή πυκνότητας ηλεκτρικού φορτίου στον R^3 , $\rho(\vec{x}) = c||x||$, 0$\leq$ $||x||$<r και ρ($\vec{x}$)=0 αλλιώς, όπου c>0 σταθερά. Συμβολίστε τη σφαίρα ακτίνας r με κέντρο το (0,0,0) με S και την ανοικτή μπάλα που αυτή περικλείει με B, ώστε $\theta B = S$. Βρείτε τη c , ώστε $Q(B)$=q.

Άσκηση 14: Υπολογίστε το ηλεκτρικό φορτίο στο εσωτερικό του κύβου $[0, L]^3$, όπου $L > 0$, πυκνότητας ηλεκτρικού φορτίου $\rho(\vec{x}) = \frac{Q}{L}|x_1 x_2 x_3|$, όπου $Q > 0$.

Άσκηση 15: Υπολογίστε τη ροή ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου μέσα από κύβο του οποίου δύο πλευρές είναι κάθετες στην κατεύθυνση του πεδίου .

Άσκηση 16: Θεωρείστε το ομογενές πεδίο $\vec{E(\vec{x})} = E\vec{e_1}, E > 0$. Υπολογίστε το έργο που καταναλώνεται για τη μετακίνηση ηλεκτρικά φορτισμένου σημειακού φορτίου q ενάντια στο πεδίο της δύναμης που επάγει το ηλεκτρικό πεδίο για τις παρακάτω διαδρομές :

α)Κατά μήκος της ευθείας που δίνεται από τις εξισώσεις : x_1=0 , $x_2 = 0$ και $0 \leq x_3 \leq 1$.
β)Κατά μήκος της ευθείας που δίνεται από τις εξισώσεις : x_3=0 , $x_1 = 0$ και $0 \leq x_2 \leq 1$.
γ)Κατά μήκος της ευθείας που δίνεται από τις εξισώσεις : x_2=0 , $x_3 = 0$ και $0 \leq x_1 \leq 1$.
δ)Κατά μήκος της ευθείας που δίνεται από τις εξισώσεις : x_3=0 και $x_1^2 + x_2^2 = 1$.