. 113

Φυσική ΙΙ 2021-2022

7η ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Ηλεκτρομαγνητικά κύματα

Άσκηση 1: Ένας τηλεοπτικός σταθμός εκπέμπει σήμα του οποίου η μέση ένταση όταν φθάνει σε δορυφορική κεραία διαμέτρου 80 cm, είναι 1500 W/m^2. α) Να υπολογίσετε την συνολική λαμβανόμενη ενέργεια από την κεραία σε χρονικό διάστημα τηλεοπτικής εκπομπής 5 ωρών. β) Ποια είναι τα πλάτη E_0 και B_0 του Η/Μ κύματος που λαμβάνει η κεραία ; Δίδεται η ταχύτητα διάδοσης του φωτός $c = 300.000\ km/sec$ και η μαγνητική σταθερά $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ W/A\ m$.

Άσκηση 2: Η ηλιακή ενέργεια που φτάνει στη γη έχει ένταση 103 W/m^2 . α) Υπολογίστε την ολική ισχύ που απορροφάται στη στέγη ενός σπιτιού διαστάσεων 8 $\times$ 20 μέτρων. β) Υπολογίστε την πίεση και τη δύναμη που ασκείται στη στέγη από την ηλιακή ακτινοβολία εάν υποθέσουμε ότι η στέγη είναι πλήρως απορροφητική.

Άσκηση 3: Να διατυπώσετε τις εκφράσεις για το μαγνητικό και ηλεκτρικό πεδίο όταν επίπεδο γραμμικά πολωμένο Η/Μ κύμα οδεύει προς τα αρνητικά του άξονα των y σε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, συναρτήσει της απόστασης και του χρόνου για κυκλική συχνότητα ω και μηδενική γωνία φάσης.

Άσκηση 4: Θεωρείστε ότι το ηλεκτρικό πεδίο ενός επίπεδου γραμμικά πολωμένου Η/Μ κύματος δίδεται από τη σχέση

$$E_y = 100sin(1 \times 10^7 x - \omega t)$$

Βρείτε : α) Το πλάτος και την έκφραση του μαγνητικού πεδίου, β) Το μήκος κύματος λ, γ) Τη συχνότητα f.

Άσκηση 5: Σε ένα ελεύθερο χώρο το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι αντίστοιχα :

$$\mathbf{E} = 80\vec{i} + 32\vec{j} - 64\vec{k} \quad V/m$$

$$\mathbf{B} = 0.2\vec{i} + 0.08\vec{j} + 0.29\vec{k} \quad \mu T$$

όπου τα διανύσματα $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ είναι τα μοναδιαία διανύσματα στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων. α) Δείξτε ότι το ηλεκτρομαγνητικό αυτό κύμα είναι επίπεδο γραμμικά πολωμένο. β) Υπολογίστε το διάνυσμα Poynting των δύο πεδίων.

Άσκηση 6: Το 10% της ισχύος ενός λαμπτήρα 100 W ακτινοβολείται ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις ως φως. Υπολογίστε τα μεγέθη των μεγίστων ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου E_0 και B_0 αυτής της ορατής ακτινοβολίας σε απόσταση 3 m από την φωτεινή πηγή.

Άσκηση 7: Μία ισοτροπική σημειακή πηγή φωτός εκπέμπει κύματα προς όλες τις κατευθύνσεις. Σε απόσταση 8.0 m η μέγιστη ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι 3.50 V/m. Υπολογίστε α) τη μέγιστη τιμή του μαγνητικού πεδίου στην ίδια απόσταση. β) Πόση είναι η μέση ένταση του φωτός σ' αυτήν την απόσταση ; γ) Πόση είναι η ισχύς της φωτεινής πηγής ;

Άσκηση 8: Μετατρέψτε τις εξισώσεις Maxwell από τη διαφορική τους μορφή στην αντίστοιχη ολοκληρωτική μορφή, χρησιμοποιώντας τα θεωρήματα Gauss και Stokes.

Άσκηση 9: Διερευνήστε αν στη φύση μπορεί να υπάρχουν και κάτω υπό ποιες προϋποθέσεις, ταυτόχρονα : (α) ομογενή στατικά ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία (β) ομογενή ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία.

Άσκηση 10: Θεωρείστε τη διάδοση επίπεδων μονοχρωματικών γραμμικά πολωμένων ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων της μορφής :

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \mathcal{E}\hat{e_1}cos(kz - \omega t), \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \mathcal{B}\hat{e_2}sin(kz - \omega t)$$

(α)Δείξτε ότι τα παραπάνω ηλεκτρομαγνητικά κύματα ικανοποιούν τις μονοδιάστατες εξισώσεις κύματος :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} = \mathbf{0},$$
$$\frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial z^2} = \mathbf{0}$$

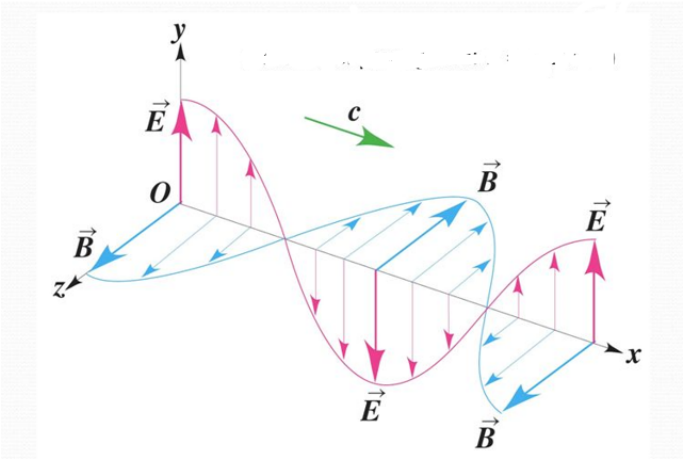
προσδιορίζοντας την αναγκαία σχέση που αυτές επιβάλλουν μεταξύ συχνότητας και κυματικού αριθμού, ω και k. (β) Υπολογίστε τα γινόμενα $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ και $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$. (γ) Υπολογίστε τη συνολική πυκνότητα ενέργειας $u_e = \frac{1}{2}(\epsilon_0 ||\mathbf{E}||^2 + \frac{1}{\mu_0}||\mathbf{B}||^2)$. (δ) Υπολογίσετε την ενέργεια του ηλεκτρομαγνητικού κύματος στο εσωτερικό του κυκλινδρικού τμήματος Ω , ακτίνας R για $0 < z < h$. (ε) Υπολογίστε την ένταση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος χρησιμοποιώντας τον ορισμό της, μέσω της μέσης τιμής (σε μία περίοδο) της νόρμας του διανύσματος Poynting.

Άσκηση 11: Αποδείξτε την εξίσωση συνέχειας

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0,$$

η οποία εκφράζει τοπικά την αρχή διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου και ισχύει για κάθε ηλεκτρομαγνητικό φαινόμενο .

Άσκηση 12: Στο Σχήμα 1 φαίνεται ένα επίπεδο ηλεκτρομαγνητικό ημιτονοειδές κύμα που διαδίδεται προς την κατεύθυνση του άξονα x. Έστω ότι το μήκος κύματος είναι 50 m και ότι το ηλεκτρικό πεδίο ταλαντώνεται στο επίπεδο xy με πλάτος 22 V/m . Υπολογίστε (α) τη συχνότητα του κύματος και (β) το B_{max} τη στιγμή που το ηλεκτρικό πεδίο έχει τη μέγιστη τιμή του στην αρνητική κατεύθυνση του άξονα y. (γ) Γράψτε μια σχέση για το $\mathbf{B}$, χρησιμοποιώντας το σωστό μοναδιαίο διάνυσμα και τις αριθμητικές τιμές των B_{max}, k, ω και θεωρώντας ότι το μέτρο του είναι της μορφής : $B = B_{max}cos(kx - \omega t)$.



Σχήμα 1: