

Κυματική διάδοση 2023-2024

Σειρά 1 ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Εισαγωγικά προβλήματα κυματικής εξίσωσης

Άσκηση 1.1

Να παράξετε την εξίσωση στάσιμου κύματος που προκύπτει από ταλάντωση χορδής ανάμεσα σε δύο ελεύθερα άκρα.

Άσκηση 1.2

Κάνοντας χρήση χωρισμού μεταβλητών, να παράξετε τις εξισώσεις που αφορούν την χρονική και χωρική εξάρτηση της διαταραχής $y(x, t)$ που διέπεται από την εξίσωση κύματος

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Άσκηση 1.3

Θεωρείστε διαταραχή που διέπεται από την ως άνω εξίσωση στο χωρίο $0 \leq x \leq L$ και δώστε λύση στο πρόβλημα του υπολογισμού της χωρικής μεταβολής της διαταραχής για συνοριακές συνθήκες $y(0, t) = 0, \frac{\partial y}{\partial x}(L, t) = 0$.

Άσκηση 1.4

Δώστε τη γενική λύση στο πρόβλημα του υπολογισμού της διαταραχής $y(x, t)$ που διέπεται από την εξίσωση της Άσκησης 1.3 στο χωρίο $0 \leq x \leq L$ για συνοριακές συνθήκες $y(0, t) = y(L, t) = 0$ και αρχικές συνθήκες $y(x, 0) = f(x), \frac{\partial y}{\partial t}(x, 0) = 0$.

Άσκηση 1.5

Δώστε την έκφραση μιας αρμονικής διαταραχής $y(x, t)$ πλάτους $A = 10$ και συχνότητας 1000 Hz η οποία διαδίδεται στη διάσταση $-x$ με σταθερή ταχύτητα $c = 250 \text{ m/sec}$ όταν για $x = 0$ και $t = 0, y = 5$. Χρησιμοποιείστε έκφραση τόσο ημιτόνου όσο και συνημιτόνου.

Άσκηση 1.6

Αρμονικό ημιτονοειδές κύμα μήκους κύματος $\lambda = 2.00 \text{ m}$ και πλάτους $A = 0.1 \text{ m}$ διαδίδεται σε χορδή με ταχύτητα $c = 1.00 \text{ m/s}$ προς τη θετική διάσταση x . Η αρχή της χορδής βρίσκεται στη θέση $x = 0$ και για $t = 0$ έχουμε $y(0) = 0.05$.

- Να διατυπώσετε την εξίσωση κίνησης της χορδής (κυματική συνάρτηση).
- Να διατυπώσετε την κυματική συνάρτηση για απόσταση 2m από την αρχή του άξονα των x .
- Να υπολογιστούν η μέγιστη ταχύτητα και επιτάχυνση του κάθε σημείου της χορδής.
- Να υπολογιστούν η στιγμιαία ταχύτητα και επιτάχυνση του σημείου της χορδής που βρίσκεται σε απόσταση 2m από την αρχή της σε χρόνο $t = 1\text{sec}$.

Άσκηση 1.7

Η θεμελιώδης συχνότητα χορδής μήκους $L = 2m$ είναι $f = 40Hz$, όταν τείνεται με μια δύναμη $T = 320N$. Ποια είναι η μάζα της χορδής ;