

## Μαθηματική Μοντελοποίηση

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ 4 Διαλέξεων

13 Απριλίου 2021

### Θέματα Δυναμικής Φορτίων.

#### Γενική θεώρηση

Οι ασκήσεις αυτές αφορούν δυναμική φορτίων σε Ηλεκτρικό και Μαγνητικό Πεδίο. Για τη λύση τους χρειάζεται να έχουν κατανοηθεί τα Κεφάλαια 4.1.1-4.1.5 του βιβλίου του μαθήματος που αναφέρεται στα αντίστοιχα θέματα, και οι παραδόσεις που αφορούν στο συγκεκριμένο κεφάλαιο και βρίσκονται αναρτημένες στην ιστοσελίδα του μαθήματος. Τα μεγέθη που εμφανίζονται για αριθμητικούς υπολογισμούς δεν είναι κατ' ανάγκη ρεαλιστικά.

#### Άσκηση 4.1

Δίδεται φορτισμένο σωματίο μάζας  $m$  με ηλεκτρικό φορτίο  $q$  που κινείται σε επίπεδο  $xy$  υπό την επήρεια σταθερού μαγνητικού πεδίου  $\mathbf{B} = B\hat{z}$ .

1. Διατυπώσετε ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων πρώτης τάξης το οποίο να δίνει ως λύση τις συνιστώσες της ταχύτητας του σωματίου συναρτήσει του χρόνου.
2. Λύστε το γραμμικό σύστημα για αρχική συνθήκη  $u_x(0) = 0, u_y(0) = 20m/sec$ .
3. Βρείτε τις εξισώσεις που δίδουν τις συντεταγμένες του σωματίου στο επίπεδο κίνησης.
4. Βρείτε το κέντρο της κυκλικής τροχιάς του σωματίου με δεδομένα :  $q = 2 \times 10^{-19} coul, B = 10 webers/m^2, m = 4 \times 10^{-19} kg, x(5) = -2, y(5) = 2.5$ .

#### Άσκηση 4.2

1. Επιλύστε το ανωτέρω πρόβλημα χρησιμοποιώντας την έννοια του οδηγού κίνησης.
2. Βρείτε τις εξισώσεις που δίδουν τις συντεταγμένες του σωματίου στο επίπεδο κίνησης στην περίπτωση αυτή, χρησιμοποιώντας τις αρχικές θέσεις και τα υπόλοιπα δεδομένα της προηγούμενης άσκησης

#### Άσκηση 4.3

Δίδεται φορτισμένο σωματίο μάζας  $m$  με ηλεκτρικό φορτίο  $q$  που κινείται σε επίπεδο  $xy$  υπό την επίρροια σταθερού μαγνητικού πεδίου  $\mathbf{B} = B\hat{z}$  και ηλεκτρικού πεδίου  $\mathbf{E} = E\hat{y}$ .

1. Διατυπώσετε ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων πρώτης τάξης το οποίο να δίνει ως λύση τις συνιστώσες της ταχύτητας του σωματίου συναρτήσει του χρόνου.
2. Λύστε το πρόβλημα του υπολογισμού των συντεταγμένων του σωματίου, χρησιμοποιώντας μιγαδική ταχύτητα
3. Επαναλάβετε τη λύση επιλύοντας το γραμμικό σύστημα της υποερώτησης 1.

4. Βρείτε τα χαρακτηριστικά μεγέθη τροχιάς του σωματίου με δεδομένα :  $q = 2 \times 10^{-19} \text{ coul}$ ,  $B = 10 \text{ webers/m}^2$ ,  $E = 10 \text{ Nt/coul}$ ,  $m = 4 \times 10^{-19} \text{ kg}$ ,  $x(0) = 2$ ,  $y(0) = 2$ ,  $\dot{x}(0) = 2$ ,  $\dot{y}(0) = 1$
5. Επιλέξτε κατάλληλες αρχικές συνθήκες προκειμένου ο οδηγός κίνησης να κινείται επάνω στον άξονα  $x$ .