ΦΥΣΙΚΗ ΙΙ

2021-2022

Διάλεξη 14

Φάσμα και παραγωγή Η/Μ κυμάτων

Μιχάλης Ταρουδάκης

Ηλεκτρομαγνητικά κύματα

$\nabla^2\mathbf{E}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}=0$	$\nabla^2\mathbf{B}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{B}}{\partial t^2}=0$
$\nabla^2\mathbf{E}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}=\frac{1}{\varepsilon_0}\nabla\rho+\mu_0\frac{\partial\mathbf{J}}{\partial t}$	$\nabla^2\mathbf{B}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{B}}{\partial t^2}=-\mu_0\left(\nabla\times\mathbf{J}\right)$
$\nabla^2\varphi-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=-\frac{\rho}{\varepsilon_0}$	$\nabla^2\mathbf{A}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2}=-\mu_0\mathbf{J}$

$$\mathbf{E}=-\nabla\varphi-\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}$$

$$\left[\nabla\cdot\mathbf{A}+\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right]=0$$

$$\mathbf{B}=\nabla\times\mathbf{A}$$

$$c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

Επίλυση των κυματικών εξισώσεων

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \left(E_x(\mathbf{r},t), E_y(\mathbf{r},t), E_z(\mathbf{r},t)\right)$$

$$E_x(\mathbf{r},t) = E_{1x}(\mathbf{r})T_1(t) \qquad T_1(t) = e^{-i\omega t}$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \left(E_{1x}(\mathbf{r}), E_{1y}(\mathbf{r}), E_{1z}(\mathbf{r})\right)e^{-i\omega t}$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \left(E_{0x}, E_{0y}, E_{0z}\right)e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}e^{-i\omega t}$$

Διάδοση σε μία διεύθυνση

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \mathbf{B}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$$

Επίλυση των κυματικών εξισώσεων

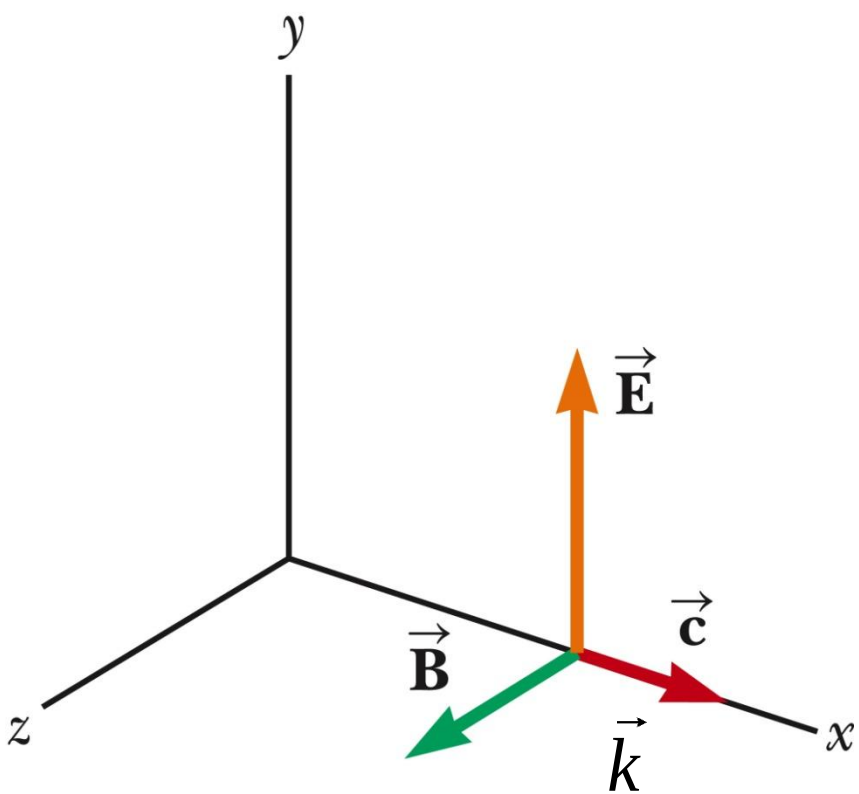
$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} \qquad \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \mathbf{B}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)}$$

$$\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} = ct$$

Επιφάνεια σταθερής φάσης (Σταθερή τιμή του **E** ή **B**)

Επίπεδο κάθετο στη διεύθυνση του **k**

Ηλεκτρομαγνητικά Κύματα



Επίπεδα Η/Μ κύματα

Έστω διάδοση προς τον άξονα *x*

$c = 2.99792 \times 10^8$ m/s

Ηλεκτρομαγνητικά Κύματα

Έκφραση λύσης $$\mathbf{E} = E_y = E_0 e^{i(k_x x - \omega t)}$$

$$\mathbf{B} = B_z = B_0 e^{i(k_x x - \omega t)}$$

Ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο είναι σε φάση !

Συχνότητα $$\omega = 2\pi f$$

Περίοδος $$T = \frac{1}{f}$$

Μήκος κύματος $$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2\pi}{k}$$

Ηλεκτρομαγνητικά Κύματα

$$\mathbf{E} = E_y = E_0 e^{i(k_x x - \omega t)}$$

$$\mathbf{B} = B_z = B_0 e^{i(k_x x - \omega t)}$$

$$\mathbf{E} = E_y = E_0 \left[\cos(k_x x - \omega t) + i \sin(k_x x - \omega t)\right]$$

$$\mathbf{B} = B_z = B_0 \left[\cos(k_x x - \omega t) + i \sin(k_x x - \omega t)\right]$$

$$E_0, B_0 \in \mathbb{C}$$

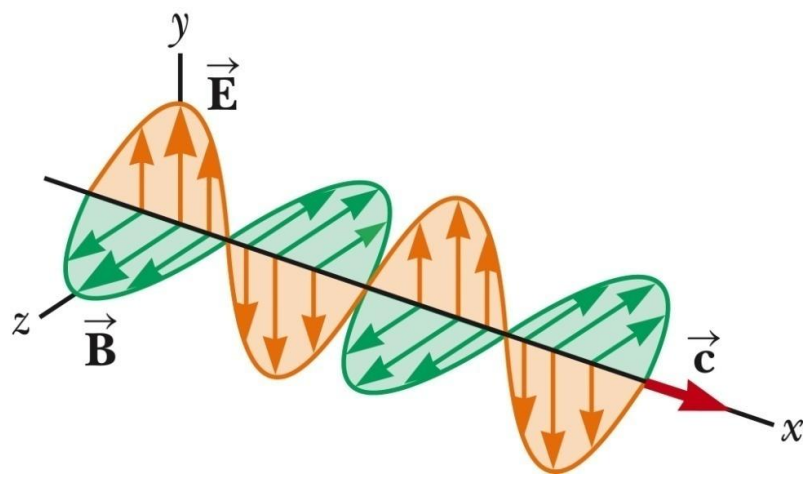
Ηλεκτρομαγνητικά Κύματα

Έκφραση λύσης

$$\text{Real}(\mathbf{E}) = E_0^{'} \cos(k_x x - \omega t + \varphi)$$

$$\text{Real}(\mathbf{B}) = B_0^{'} \cos(k_x x - \omega t + \varphi)$$

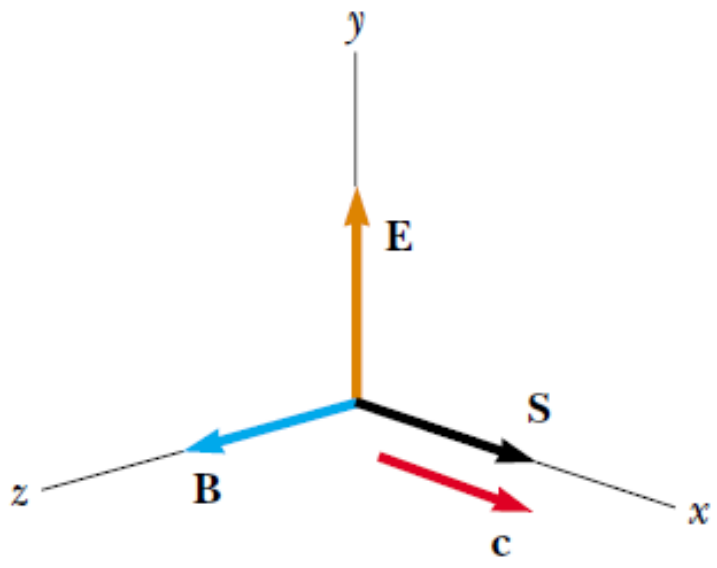
$$\text{Real}(\mathbf{B}) = \frac{E_0^{'}}{c} \cos(k_x x - \omega t + \varphi)$$



Γραμμικά πολωμένο ηλεκτρομαγνητικό κύμα

Το διάνυσμα Pointing

$$\mathbf{S} \equiv \frac{1}{\mu_o}\mathbf{E}\times\mathbf{B}$$



Το διάνυσμα Pointing

Το μέτρο του διανύσματος Poynting αντιπροσωπεύει τον ρυθμό με τον οποίο η ενέργεια διέρχεται από μια επιφάνεια μοναδιαίου εμβαδού κάθετη στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

Επομένως, το μέτρο του αντιπροσωπεύει ***ισχύ ανά μονάδα επιφάνειας.***

Οι μονάδες του διανύσματος Poynting στο σύστημα SI είναι $J/s.m^2 = W/m^2$

Το διάνυσμα Pointing

$$\mathbf{S} \equiv \frac{1}{\mu_o}\mathbf{E}\times\mathbf{B}$$

$$|\mathbf{S}| \equiv \frac{1}{\mu_o}|\mathbf{E}\times\mathbf{B}|$$

Για επίπεδα Η/Μ κύματα $|\mathbf{E}\times\mathbf{B}| = EB$

$$|S| = \frac{EB}{\mu_0} \qquad B = E/c$$

$$|S| = \frac{E^2}{\mu_0 c} = \frac{c}{\mu_0}B^2$$

Ένταση Η/Μ κύματος

Στιγμιαίος ρυθμός – στιγμιαία ένταση

$$|S|(t) = \frac{E(t)B(t)}{\mu_0}$$

Η χρονική μεταβολή δεν γίνεται αντιληπτή.

Μέσος ρυθμός – μέση **ένταση**

$$I = \int_0^T S(t)dt = \int_0^T \frac{E(t)B(t)}{\mu_0}dt$$

Ένταση Η/Μ κύματος

$$E = E_0^{'} \cos(k_x x - \omega t) = E_{\max} \cos(k_x x - \omega t)$$

$$B = B_0^{'} \cos(k_x x - \omega t) = B_{\max} \cos(k_x x - \omega t)$$

$$I = \frac{E_{max} B_{max}}{2\mu_0} = \frac{E_{max}^2}{2\mu_0 c} = \frac{c}{2\mu_0} B_{max}^2$$

Ένταση Η/Μ κύματος

Στιγμιαία πυκνότητα ηλεκτρικής ενέργειας $$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Στιγμιαία πυκνότητα μαγνητικής ενέργειας $$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

$$u_B = \frac{1}{2c^2\mu_0} E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = u_E$$

Συνεπώς σε ένα δεδομένο όγκο η ενέργεια είναι ίσα μοιρασμένη μεταξύ των δύο πεδίων.

Η συνολική στιγμιαία πυκνότητα ενέργειας είναι το άθροισμα των δύο πυκνοτήτων

Ένταση Η/Μ κύματος

Στιγμιαία πυκνότητα ηλεκτρικής ενέργειας $$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Στιγμιαία πυκνότητα μαγνητικής ενέργειας $$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

Συνολική στιγμιαία πυκνότητα Η/Μ ενέργειας $$u = u_E + u_B = \varepsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}$$

Μέση συνολική στιγμιαία πυκνότητα Η/Μ ενέργειας

$$u_{av} = \varepsilon_0 \left(E^2\right)_{av} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_{max}^2 = \frac{1}{2}\frac{B_{max}^2}{\mu_0}$$

$$I = S_{av} = c u_{av}$$

Η ένταση του Η/Μ κύματος είναι η μέση πυκνότητα ενέργειας πολλαπλασιασμένη με την ταχύτητα του φωτός

Ορμή

- Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα δεν μεταφέρουν μόνο ενέργεια αλλά και ορμή.
- Όταν κάποια επιφάνεια απορροφά αυτή την ορμή, υφίσταται πίεση.
- Εάν το κύμα μεταφέρει στην επιφάνεια συνολική ενέργεια T_{HA} σε χρονικό διάστημα Δt τότε στην περίπτωση πλήρους απορρόφησης, η συνολική ορμή που μεταφέρεται στην επιφάνεια είναι $\mathbf{p}$
- Το μέτρο της ορμής είναι $|\mathbf{p}| = \dfrac{T_{\mathrm{HA}}}{c}$

Πίεση και ορμή

- Η πίεση, P, είναι η δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{1}{A}\frac{dp}{dt} = \frac{1}{c}\frac{\left(dT_{\mathrm{HA}}/dt\right)}{A}$$

Ισχύς

- Το μέτρο του διανύσματος Poynting είναι $(dT_{\mathrm{HA}}/dt)/A$, οπότε $P = S/c$. για μια πλήρως απορροφητική επιφάνεια.
- Για μια πλήρως ανακλαστική επιφάνεια, $p = 2T_{\mathrm{HA}}/c$ και $P = 2S/c$. (Κάθετη πρόσπτωση).
- Η πίεση που δέχεται μια επιφάνεια με ανακλαστική ικανότητα κάπου μεταξύ εκείνης ενός πλήρως απορροφητικού σώματος και εκείνης ενός πλήρως ανακλαστικού σώματος έχει τιμή μεταξύ S/c και $2S/c$.
- Στην περίπτωση της άμεσης ηλιακής ακτινοβολίας, η πίεση ακτινοβολίας είναι περίπου 5×10^{-6} N/m².

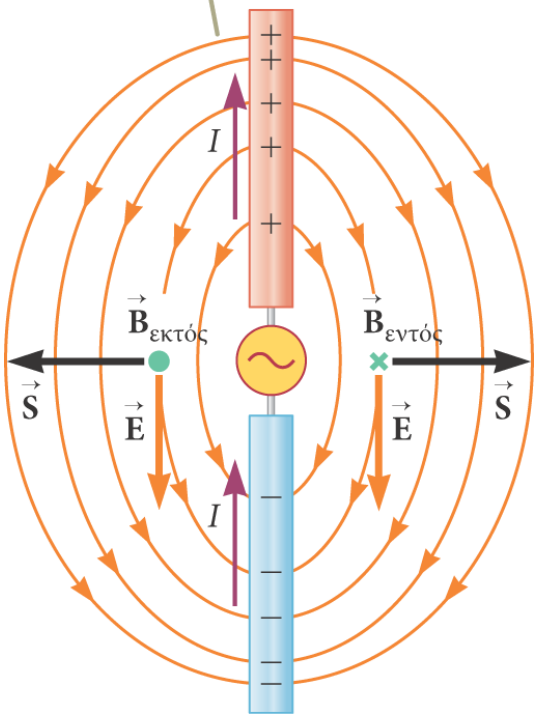
Παραγωγή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων από κεραίες

- Τα ακίνητα ηλεκτρικά φορτία και τα σταθερά ηλεκτρικά ρεύματα δεν παράγουν ηλεκτρομαγνητικά κύματα.
- Ο θεμελιώδης μηχανισμός για την παραγωγή αυτής της ακτινοβολίας είναι η επιτάχυνση των φορτισμένων σωματιδίων.
- Όποτε επιταχύνεται ένα φορτισμένο σωματίδιο, ακτινοβολεί ενέργεια.

Παραγωγή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων από κεραίες

- Η κεραία που παρουσιάζεται στην εικόνα είναι μια *κεραία μισού μήκους κύματος*.
- Δύο αγώγιμες ράβδοι συνδέονται με μια πηγή εναλλασσόμενης τάσης.
- Το μήκος κάθε ράβδου ισούται με το ένα τέταρτο του μήκους κύματος της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας.

Οι γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου μοιάζουν με εκείνες του ηλεκτρικού διπόλου (το οποίο φαίνεται στην Εικ. Η1.20).



Ταλαντούμενο ηλεκτρικό δίπολο

Παραγωγή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων από κεραίες

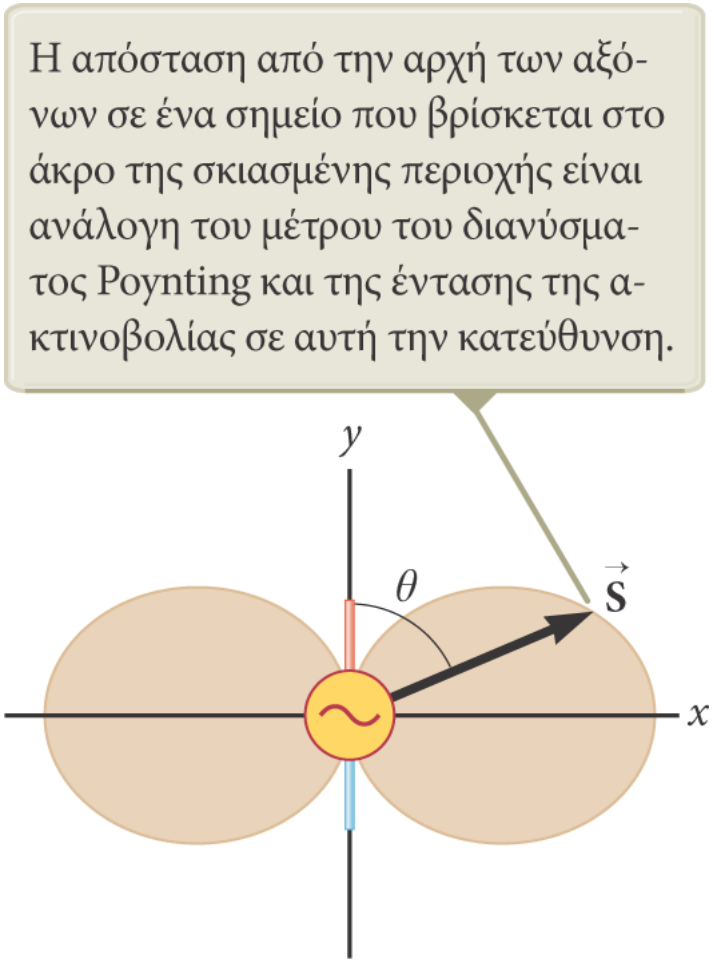
- Ο ταλαντωτής αναγκάζει τα φορτία να επιταχύνονται πότε προς τη μία και πότε προς την άλλη κατεύθυνση μεταξύ των δύο ράβδων.
- Μπορούμε να θεωρήσουμε την κεραία ως ένα ταλαντούμενο ηλεκτρικό δίπολο.
- Οι γραμμές του μαγνητικού πεδίου σχηματίζουν ομόκεντρους κύκλους γύρω από την κεραία, κάθετους στις γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου σε κάθε σημείο.
- Το ηλεκτρικό πεδίο και το μαγνητικό πεδίο έχουν πάντα διαφορά φάσης 90°.

Παραγωγή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων από κεραίες

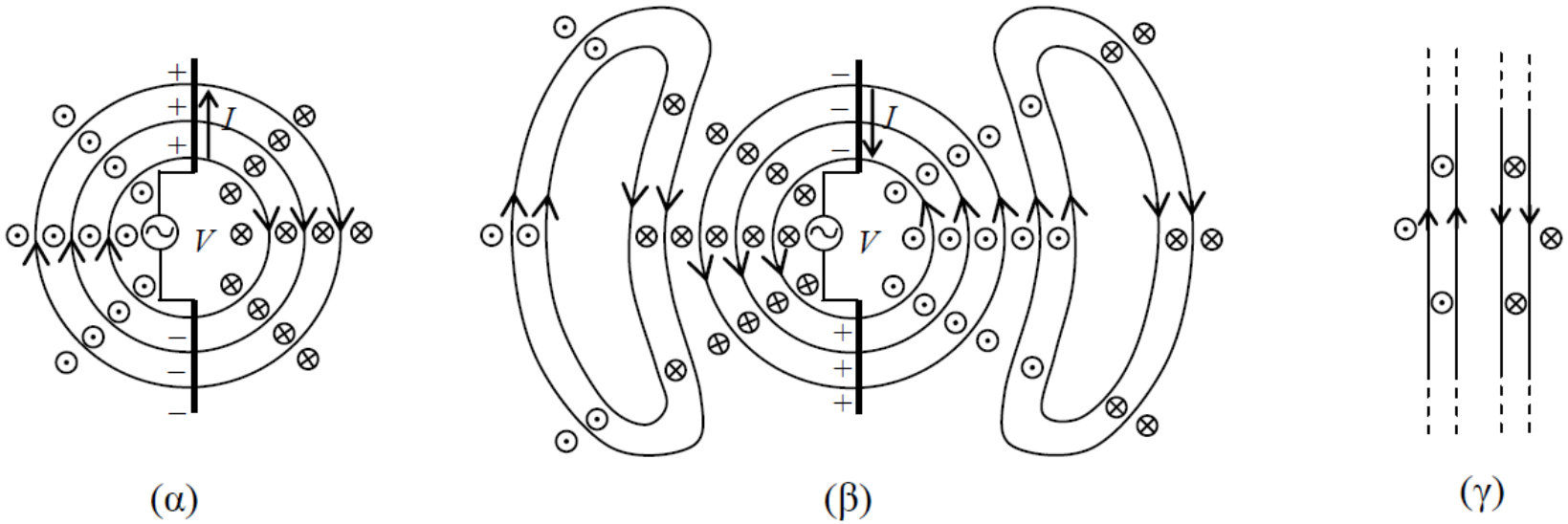
- Η ενέργεια του διπόλου μειώνεται γρήγορα καθώς απομακρυνόμαστε από την κεραία.
- Η πηγή της ακτινοβολίας σε ένα σημείο μακριά από την κεραία είναι η διαρκής επαγωγή ηλεκτρικού πεδίου από το χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο και η επαγωγή μαγνητικού πεδίου από το χρονικά μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο.
- Το ηλεκτρικό πεδίο και το μαγνητικό πεδίο που παράγονται με αυτό τον τρόπο είναι σε φάση μεταξύ τους και μεταβάλλονται σύμφωνα με τον παράγοντα $1/r$.
- Το αποτέλεσμα είναι να υπάρχει πάντα ροή ενέργειας από την κεραία προς τα έξω.

Εξάρτηση της έντασης από τη γωνία

- Σε αυτή την εικόνα φαίνεται η εξάρτηση της έντασης της ακτινοβολίας που παράγει μια διπολική κεραία από τη γωνία.
- Η ένταση και η ισχύς της ακτινοβολίας είναι μέγιστες στο επίπεδο που είναι κάθετο στην κεραία και διέρχεται από το μέσο της.
- Η ένταση μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $(\sin^2\theta)/r^2$.



Παραγωγή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων από κεραίες

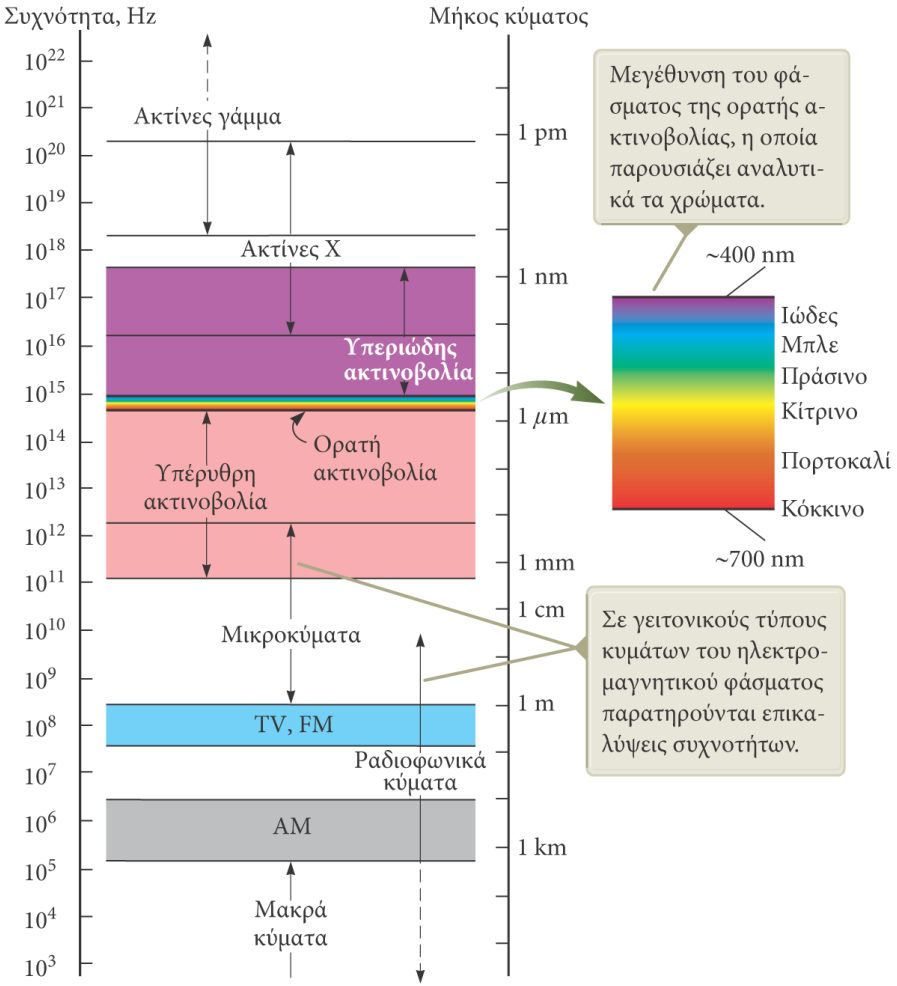


Φάσμα Η/Μ κυμάτων

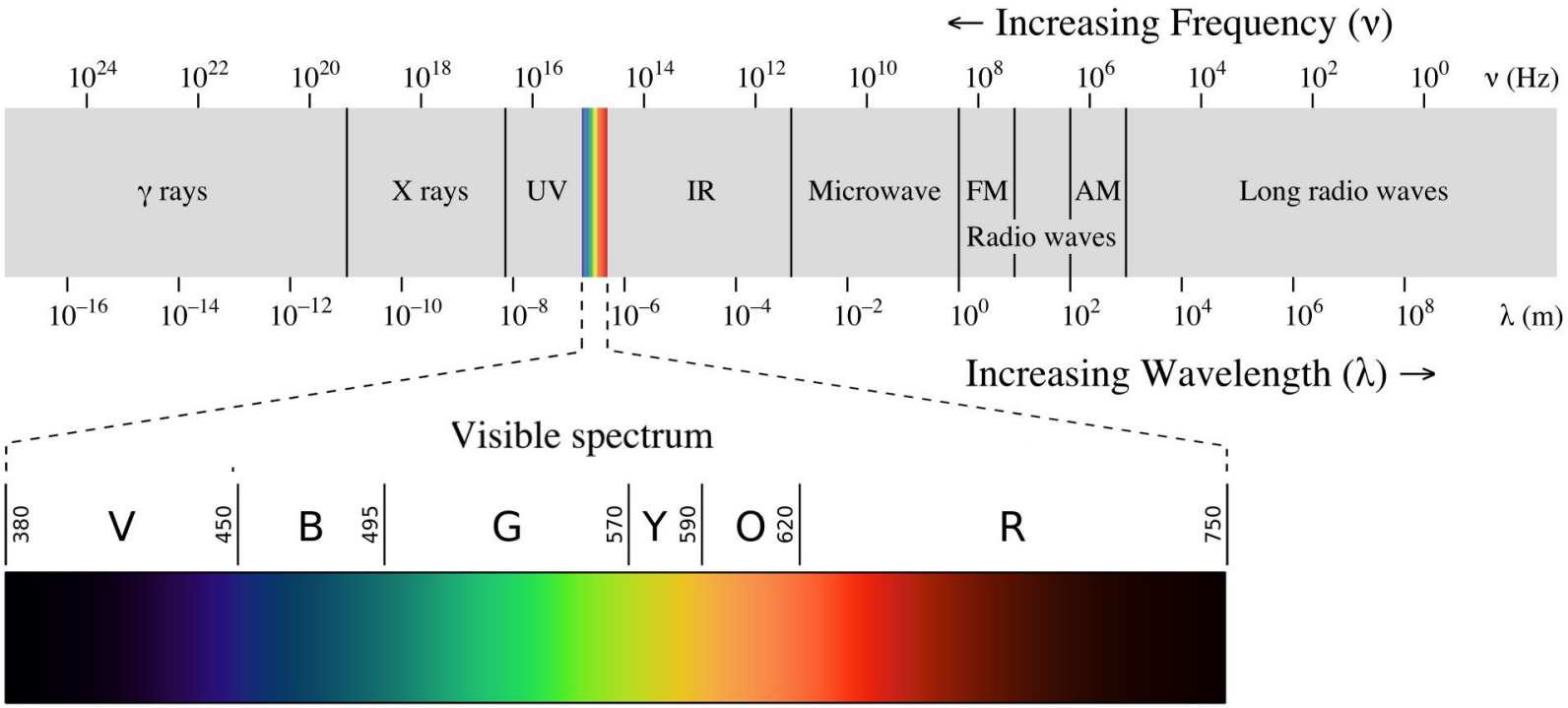
- Το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα αποτελείται από διάφορους τύπους ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.
- Δεν υπάρχει σαφής διαχωρισμός μεταξύ των τύπων των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.
- Όλες οι μορφές των διαφόρων τύπων ακτινοβολίας παράγονται από το ίδιο φαινόμενο: την επιτάχυνση ηλεκτρικών φορτίων.

Φάσμα Η/Μ κυμάτων

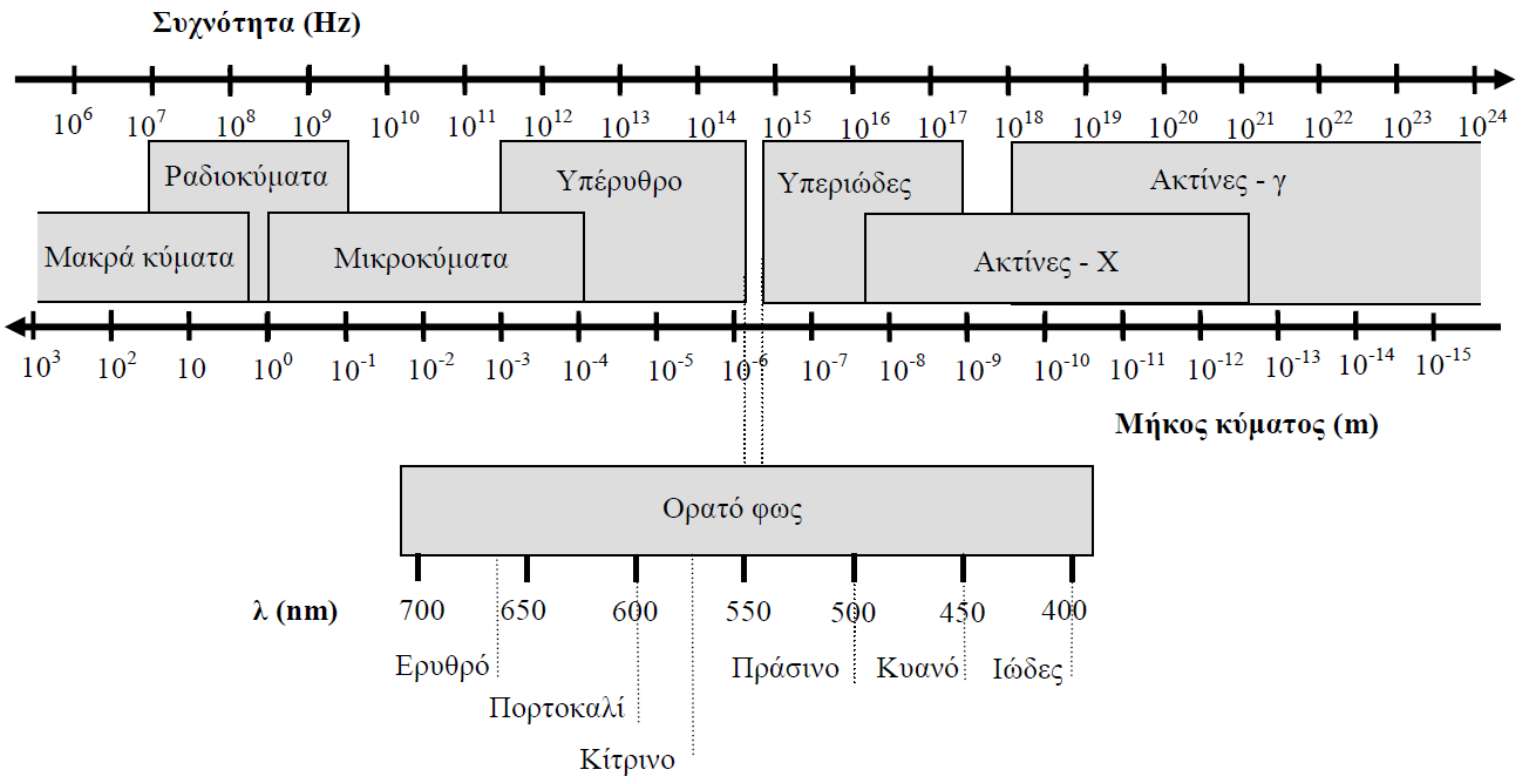
- Παρατηρούμε ότι υπάρχει επικάλυψη μεταξύ των διαφόρων τύπων των κυμάτων.
- Το ορατό φως αποτελεί ένα μικρό τμήμα του φάσματος.
- Οι διάφοροι τύποι κυμάτων διακρίνονται βάσει της συχνότητας ή του μήκους κύματος.



Φάσμα Η/Μ κυμάτων



Φάσμα Η/Μ κυμάτων



Επισημάνσεις για το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα

- Ραδιοφωνικά κύματα ή ραδιοκύματα
  - Έχουν μήκος κύματος από 10^4 m έως περίπου 0.1 m.
  - Παράγονται από επιτάχυνση φορτίων σε αγώγιμα σύρματα.
  - Δημιουργούνται από ηλεκτρονικές συσκευές (LC)
  - Χρησιμοποιούνται σε ραδιοφωνικά και τηλεοπτικά συστήματα επικοινωνίας.
- Μικροκύματα
  - Έχουν μήκος κύματος από περίπου 0.3 m έως 10^{-4} m.
  - Είναι κατάλληλα για συστήματα ραδιοεντοπισμού (ραντάρ).
  - Χρησιμοποιούνται, μεταξύ άλλων, στους φούρνους μικροκυμάτων.

Επισημάνσεις για το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα

- Υπέρυθρα κύματα
  - Έχουν μήκος κύματος από περίπου 10^{-3} m έως 7×10^{-7} m.
  - Παράγονται από θερμά σώματα και μόρια.
  - Απορροφώνται άμεσα από τα περισσότερα υλικά.
  - Εφαρμογές στη Φυσικοθεραπεία, υπερυθρη φωτογραφία/φασματοσκοπία
- Ορατή ακτινοβολία (φως)
  - Το τμήμα του φάσματος που γίνεται αισθητό από το ανθρώπινο μάτι.
  - Παράγεται από αναδιάταξη ηλεκτρονίων σε μόρια και άτομα
  - Η ευαισθησία του ανθρώπινου ματιού είναι μέγιστη σε μήκος κύματος περίπου 5.5×10^{-7} m (κιτρινοπράσινο χρώμα).

Επισημάνσεις για το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα

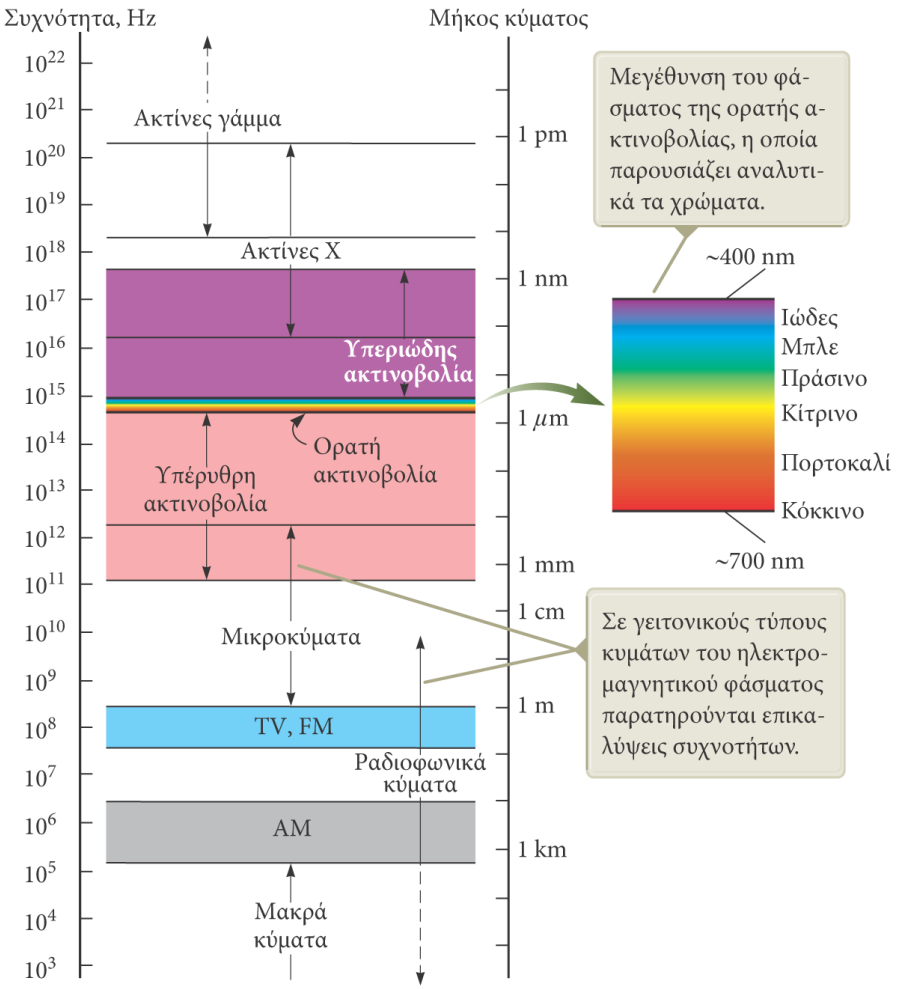
- Υπεριώδες φως
  - Έχει μήκος κύματος από περίπου 4×10^{-7} m έως 6×10^{-10} m.
  - Ο Ήλιος είναι μια σημαντική πηγή υπεριώδους φωτός.
  - Το μεγαλύτερο μέρος του υπεριώδους φωτός απορροφάται στη στρατόσφαιρα από το όζον.
  - Η χρήση αντηλιακών προστατεύει από εγκαύματα
  - Η χρήση καλής ποιότητας αντιηλιακών γυαλιών προστατεύει τα μάτια από βλάβες
- Ακτίνες Χ
  - Έχουν μήκος κύματος από περίπου 10^{-8} m έως 10^{-12} m.
  - Συνήθως παράγονται από επιταχυνόμενα ηλεκτρόνια υψηλής ενέργειας, τα οποία προσπίπτουν σε έναν μεταλλικό στόχο.
  - Χρησιμοποιούνται ως ιατρικό διαγνωστικό μέσο.

Επισημάνσεις για το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα

- Ακτίνες γάμμα
  - Έχουν μήκος κύματος από περίπου 10^{-10} m έως 10^{-14} m.
  - Εκπέμπονται από ραδιενεργούς πυρήνες.
  - Είναι εξαιρετικά διεισδυτικές και προκαλούν σοβαρές βλάβες όταν απορροφώνται από τους ιστούς έμβιων οργανισμών.

Το ορατό φως

- Κάθε χρώμα αντιστοιχεί σε διαφορετικό μήκος κύματος.
- Το εύρος των μηκών κύματος του ορατού φωτός είναι από λ ~ 7 x 10^{-7} m (κόκκινο) έως λ ~ 4 x 10^{-7} m (ιώδες).



Το ορατό φως

ΠΙΝΑΚΑΣ Η12.1

Προσεγγιστική αντιστοιχία μηκών κύματος του ορατού φάσματος και των χρωμάτων

Μήκος κύματος Εύρος (nm)	**Χρώμα Περιγραφή**
400–430	Ιώδες
430–485	Κυανό
485–560	Πράσινο
560–590	Κίτρινο
590–625	Πορτοκαλί
625–700	Κόκκινο

Σημείωση: Το εύρος μηκών κύματος που δίνεται για κάθε χρώμα είναι προσεγγιστικό. Κάθε άνθρωπος αντιλαμβάνεται τα χρώματα διαφορετικά.

Η εξέταση του φωτός που αντιστοιχεί σε διαφορετικά τμήματα του φάσματος μπορεί να δώσει διαφορετικές πληροφορίες για ένα σώμα.

Χρώματα και μήκος κύματος του φωτός

Σε αυτή τη φωτογραφία του Νεφελώματος του Καρκίνου, η οποία έχει ληφθεί στο φάσμα του ορατού φωτός, φαίνεται μια πλειάδα χρωμάτων, καθένα από τα οποία αντιστοιχεί σε ένα διαφορετικό μήκος κύματος του ορατού φάσματος.