ΦΥΣΙΚΗ ΙΙ

2021-2022

Διάλεξη 2

Ένταση Ηλεκτρικού πεδίου -Ηλεκτρικές Γραμμές

Μιχάλης Ταρουδάκης

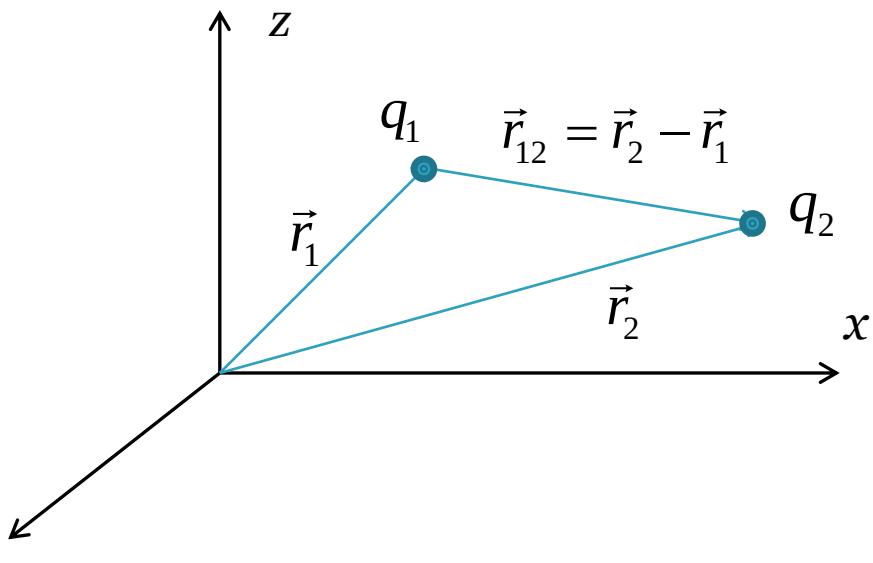
Νόμος Coulomb

$$F = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\vec{F} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{r} = \vec{r}_{12}$$

$$\hat{r} = \frac{\left(\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right)}{\left\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right\|}$$



Μοναδιαίο διάνυσμα στη διεύθυνση της ευθείας

$\left\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right\|$ Απόσταση $q_1 - q_2$

$$\vec{F} = k_e \frac{q_1 q_2}{\left\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right\|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

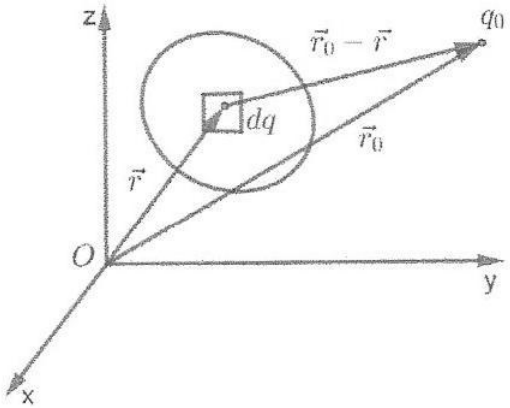
Ένταση ηλεκτρικού πεδίου

$$\vec{E} = k_e \frac{q_1}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E} = k_e \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

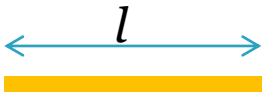
$$\vec{E} = k_e \int_Q \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E} = k_e \int_Q \frac{(\vec{r}_0 - \vec{r}\,)}{\left\| \vec{r}_0 - \vec{r} \right\|^3} dq$$



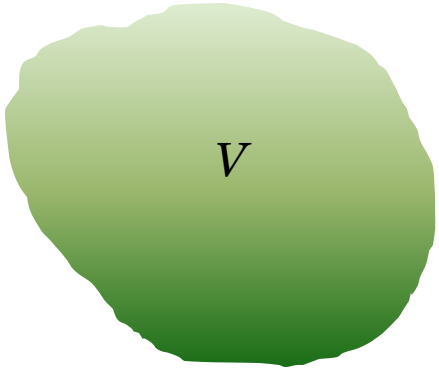
Ένταση ηλεκτρικού πεδίου

- Γραμμική πυκνότητα φορτίου $\lambda \equiv \frac{Q}{l}$



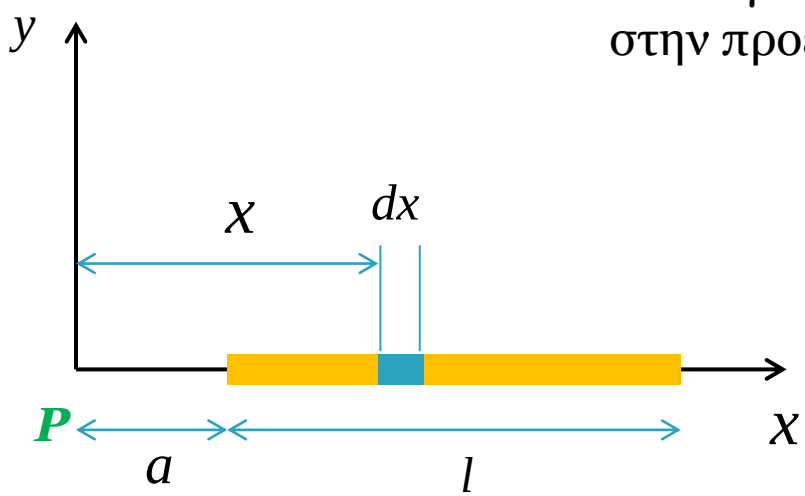
- Επιφανειακή πυκνότητα φορτίου $\sigma \equiv \frac{Q}{S}$

- Πυκνότητα φορτίου $\rho \equiv \frac{Q}{V}$



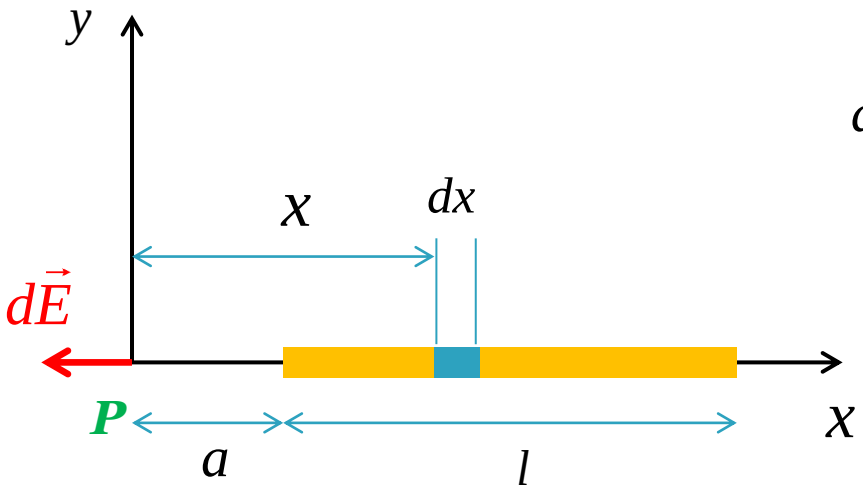
Ένταση ηλεκτρικού πεδίου

Δίδεται θετικά φορτισμένη ράβδος μήκους l με γραμμική πυκνότητα φορτίου λ. Να υπολογιστεί το ηλεκτρικό πεδίο σε σημείο P στην προέκταση της ράβδου αριστερά



Ένταση ηλεκτρικού πεδίου

- Γραμμική πυκνότητα φορτίου $\lambda \equiv \dfrac{Q}{l}$
- Στοιχειώδες φορτίο σε μήκος dl $dq = \lambda dl = \lambda dx$



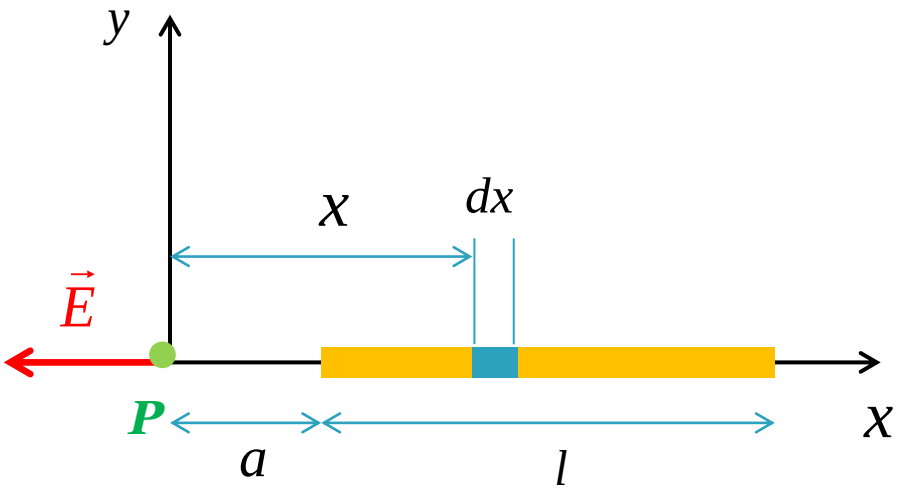
$$dE = k_e \frac{dq}{x^2} = k_e \frac{\lambda dx}{x^2} \qquad d\vec{E} = dE\left(-\hat{x}\right)$$

$$E = k_e \lambda \int_{\alpha}^{l+a} \frac{dx}{x^2} = \ldots = k_e \lambda \left[\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{l+a}\right]$$

$$E = k_e \frac{\lambda l}{a(l+a)} = k_e \frac{Q}{a(l+a)}$$

Ένταση ηλεκτρικού πεδίου

- Γραμμική πυκνότητα φορτίου $\lambda \equiv \dfrac{Q}{l}$
- Στοιχειώδες φορτίο σε μήκος dl $dq = \lambda dl = \lambda dx$



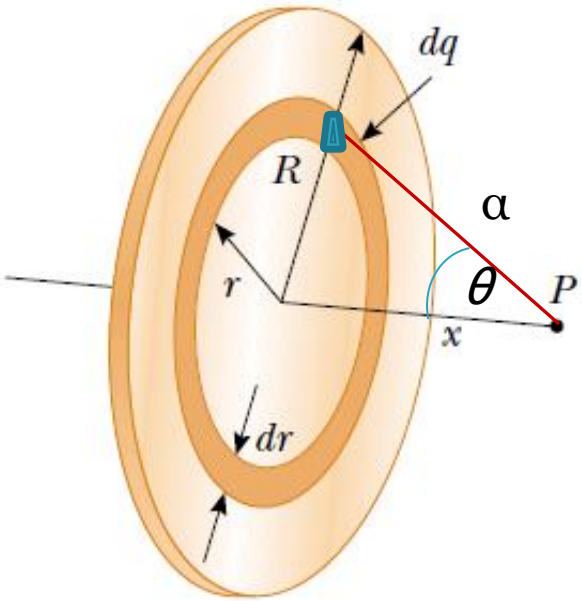
$$E = k_e \frac{\lambda l}{a(l+a)} = k_e \frac{Q}{a(l+a)}$$

$$l \ll a \Rightarrow E \approx k_e \frac{Q}{a^2}$$

$$\vec{E} = E\left(-\hat{x}\right)$$

Ένταση ηλεκτρικού πεδίου

- Επιφανειακή πυκνότητα φορτίου

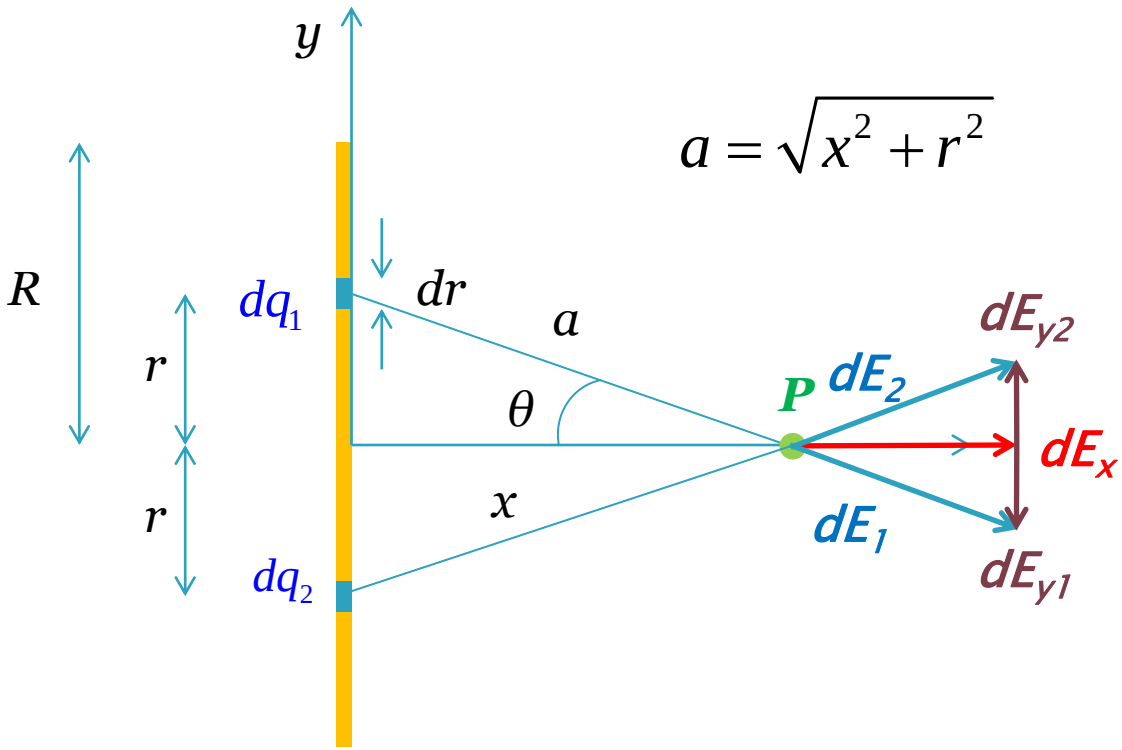


Serway & Jewett

Δίδεται θετικά φορτισμένος δίσκος ακτίνας R με επιφανειακή πυκνότητα φορτίου σ. Να υπολογιστεί το ηλεκτρικό πεδίο σε σημείο P πάνω στην κάθετο στο κέντρο του δίσκου

$$\sigma \equiv \frac{Q}{S}$$

Ενταση ηλεκτρικού πεδίου



$$a = \sqrt{x^2 + r^2}$$

$$dE_1 = k_e \frac{dq_1}{a^2}$$

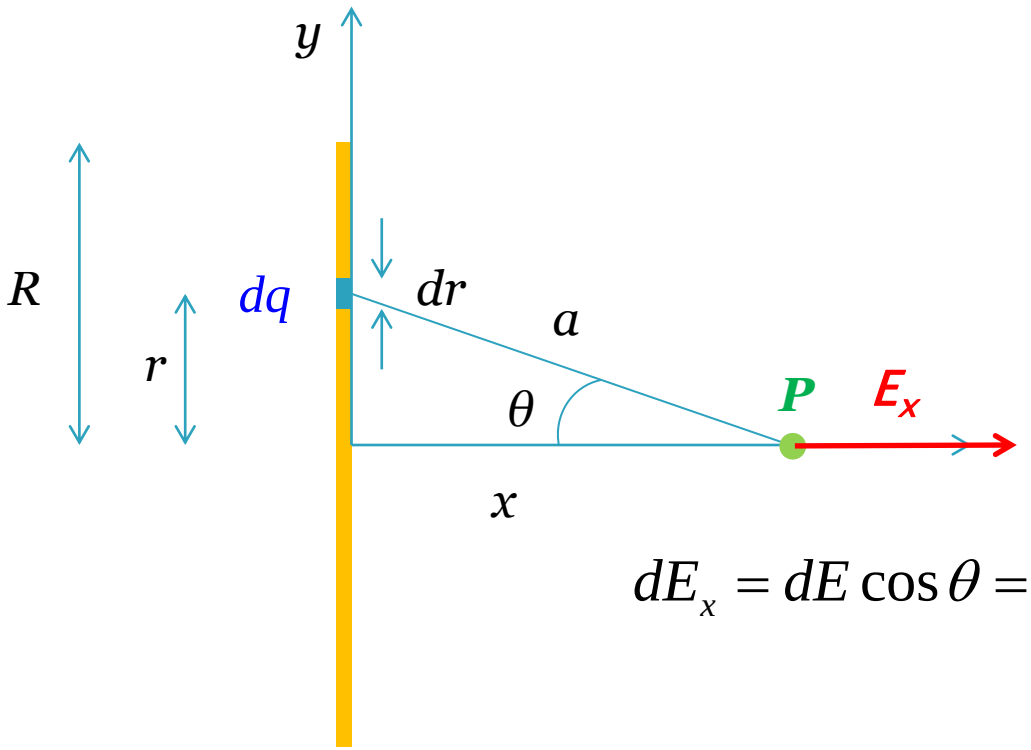
$$dE_2 = k_e \frac{dq_2}{a^2}$$

$$dq_1 = dq_2$$

$$dE_{y1} = dE_{y2}$$

Θεωρούμε δεύτερο όμοιο στοιχειώδες σωμάτιο αντιδιαμετρικά του πρώτου. Οι συνιστώσες των παραγόμενων ηλεκτρικών πεδίων στο *P* στη διεύθυνση *y* αλληλοαναιρούνται. Τελικά θα υπολογίσουμε μόνο το ηλεκτρικό πεδίο στον άξονα *x*

Ενταση ηλεκτρικού πεδίου



$$dE = k_e \frac{dq}{a^2}$$

$$a = \sqrt{x^2 + r^2}$$

$$dE_x = dE\cos\theta = k_e \frac{dq}{a^2}\frac{x}{a} = k_e \frac{x}{\left(x^2 + r^2\right)^{3/2}} dq$$

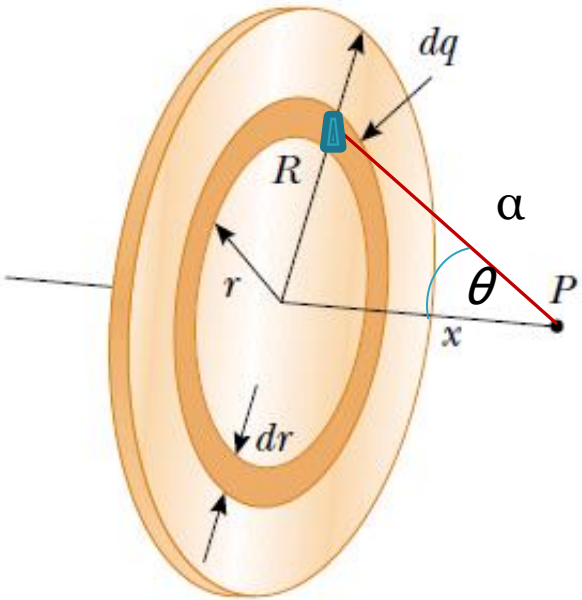
$dq = \sigma dS$ Θεωρούμε δακτυλίδι πάχους dr και ακτίνας r $dS = 2\pi r dr$

Φορτίο στο δακτυλίδι $dq_r = 2\pi r dr \sigma$

Ηλ. Πεδίο από δακτυλίδι $dE_{xr} = k_e \frac{x}{\left(x^2 + r^2\right)^{3/2}} 2\pi r \sigma dr$

Ένταση ηλεκτρικού πεδίου

- Επιφανειακή πυκνότητα φορτίου $\sigma \equiv \frac{Q}{S}$



$$dE_{xr} = k_e \frac{x}{\left(x^2 + r^2\right)^{3/2}} 2\pi r \sigma dr$$

$$E_x = 2k_e x \pi \sigma \int_0^R \frac{r dr}{\left(x^2 + r^2\right)^{3/2}} =$$

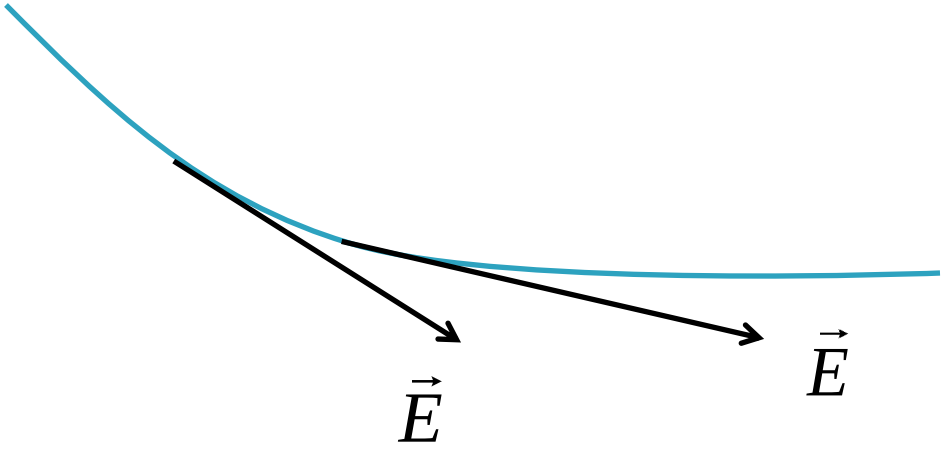
$$\cdots = 2k_e \pi \sigma \left(1 - \frac{x}{\left(x^2 + R^2\right)^{1/2}}\right)$$

για $x << R$ $\quad E_x \approx 2\pi k_e \sigma = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

για $x >> R$ $\quad$ **?**

Ηλεκτρικές Γραμμές

- Το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου είναι εφαπτόμενο της γραμμής του ηλεκτρικού πεδίου σε κάθε σημείο της.



Ηλεκτρικές Γραμμές

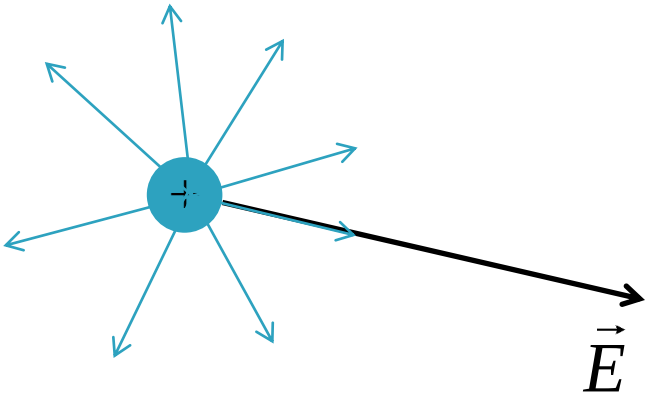
Η περιγραφή του ηλεκτρικού πεδίου με τις ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές βασίζεται στους εξής κανόνες:

- Οι δυναμικές γραμμές ξεκινούν πάντα από θετικά φορτία και καταλήγουν σε αρνητικά. Εάν στο χώρο υπάρχουν μόνο θετικά ή αρνητικά φορτία, οι δυναμικές γραμμές εκτείνονται στο άπειρο, όμως με αντίθετη κατεύθυνση σε κάθε περίπτωση.

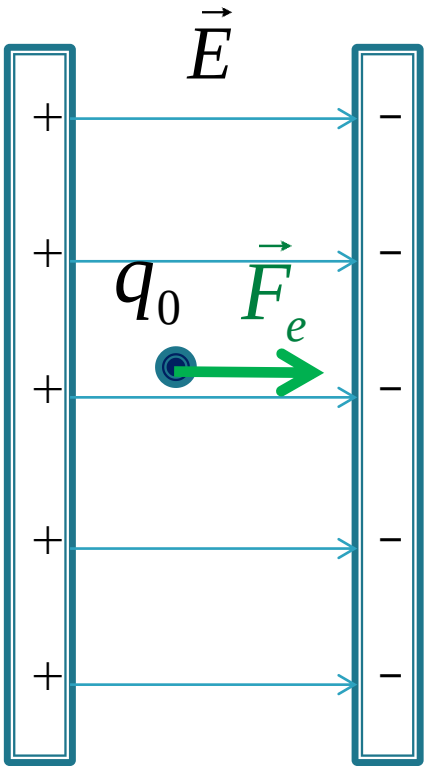
- Ο αριθμός των δυναμικών γραμμών που διέρχονται κάθετα από μια επιφάνεια είναι ανάλογος της έντασης του πεδίου ***Ε. Πυκνές γραμμές σημαίνουν μεγάλο Ε***

Ηλεκτρικές Γραμμές

Οι γραμμές πεδίου δεν τέμνονται.



Ηλεκτρικές Γραμμές



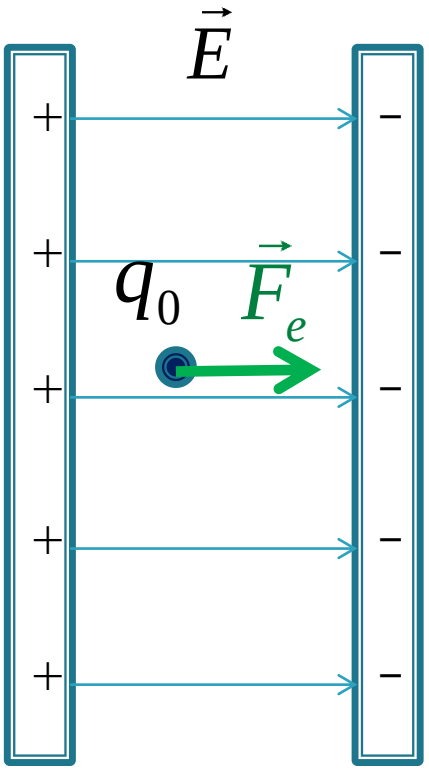
Φορτισμένο σωμάτιο με θετικό φορτίο q_o *(coulomb)* και μάζα m

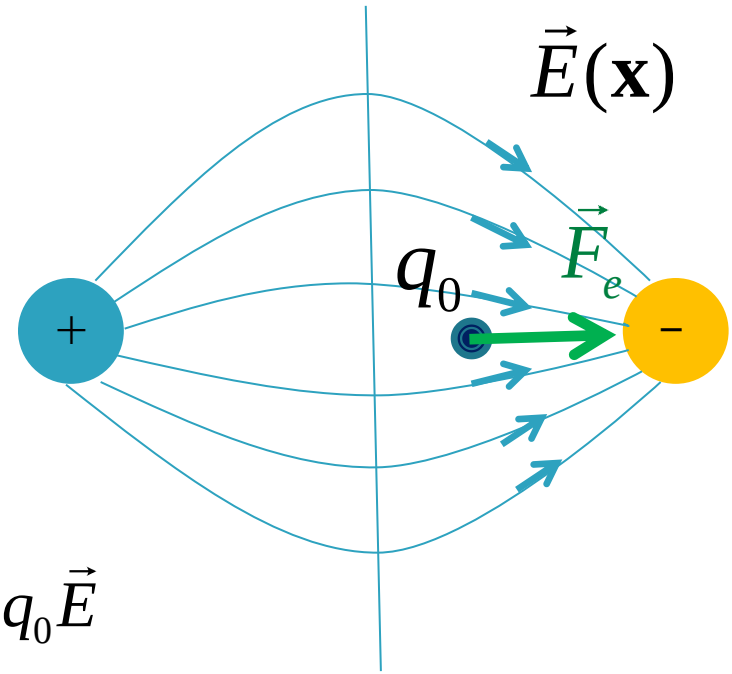
Για θετικά φορτισμένο σωμάτιο (q_o >0) η διεύθυνση του πεδίου είναι η διεύθυνση της δύναμης.

$$\vec{F}_e = q_0 \vec{E}$$

Η εικόνα απεικονίζει ένα ιδανικό σταθερό ηλεκτρικό πεδίο E με παράλληλες γραμμές ηλεκτρικού πεδίου

Ηλεκτρικές Γραμμές

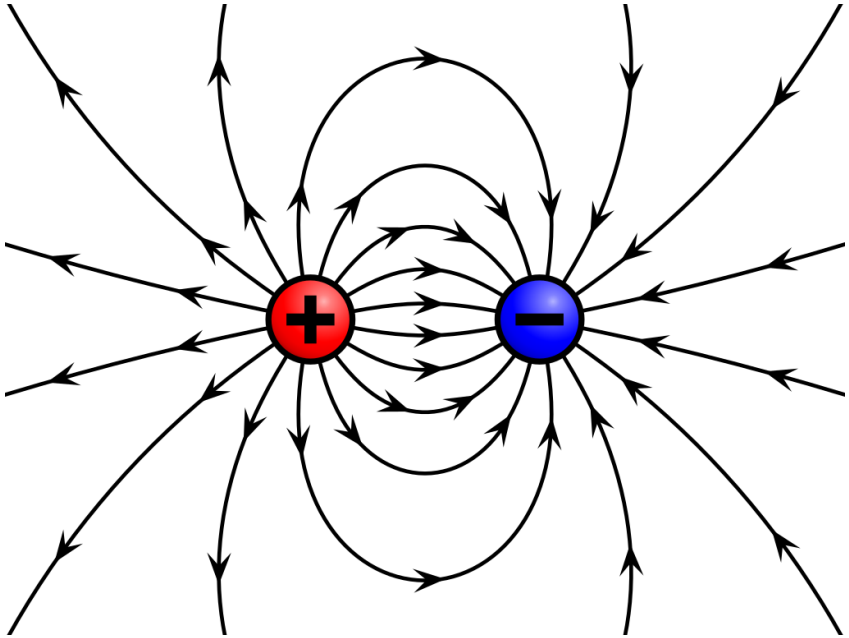




$$\vec{F}_e = q_0 \vec{E}$$

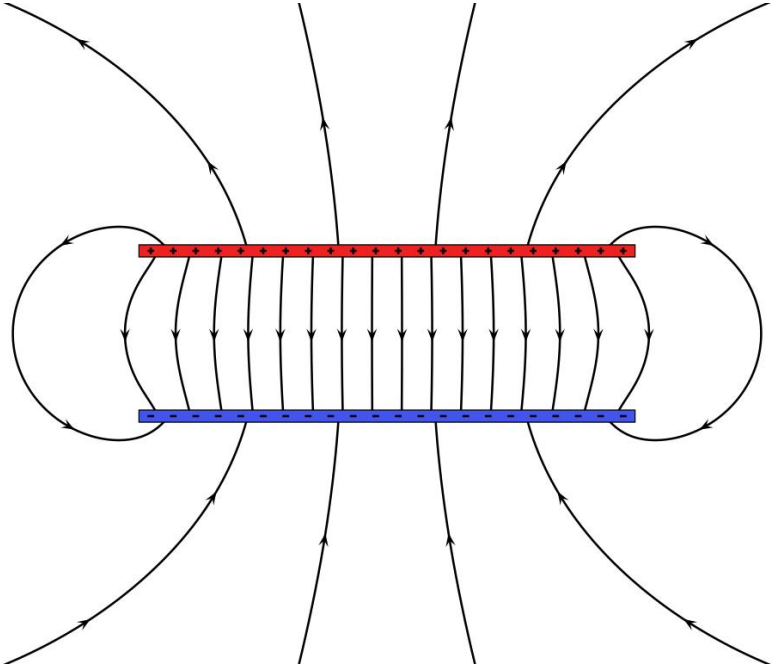
Το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου εξαρτάται από τη θέση στο χώρο

Ηλεκτρικές Γραμμές



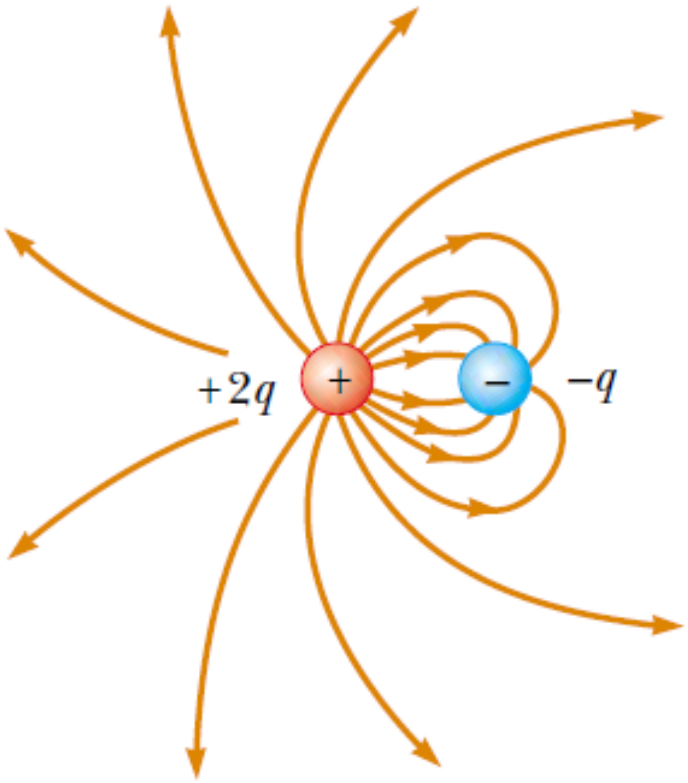
By Geek3 - Own work, CC BY-SA 3.0,
https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=10568742

Ηλεκτρικές Γραμμές



By Geek3 - Own work, CC BY-SA 4.0,
https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=81957612

Ηλεκτρικές Γραμμές



Οι μισές γραμμές που φεύγουν από το φορτίο 2*q* φτάνουν στο φορτίο -*q*

Serway & Jewett

Κίνηση φορτισμένου σωμάτιου

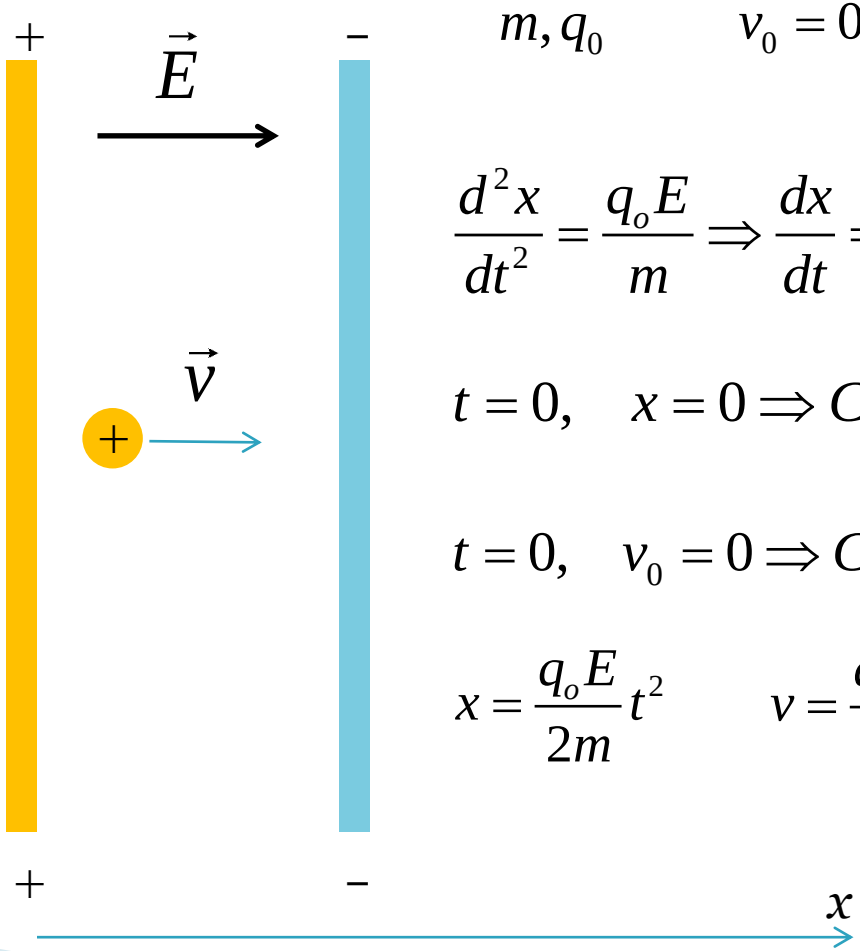
- Εάν ένα ηλεκτρικά φορτισμένοι σωμάτιο μάζας m βρεθεί σε ένα ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ θα ασκηθεί δύναμη $\vec{F}_e = q_0\vec{E}$ επ' αυτού.

- Απουσία άλλης δύναμης θα αποκτήσει επιτάχυνση $\vec{a}$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{q_0\vec{E}}{m}$$

- Σχέση ταχύτητας-επιτάχυνσης $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

Παράδειγμα Υπολογισμού



$$m, q_0 \qquad v_0 = 0,\ x_0 = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{q_o E}{m} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{q_o E}{m} t + C_1 \Rightarrow x = \frac{q_o E}{2m} t^2 + C_1 t + C_2$$

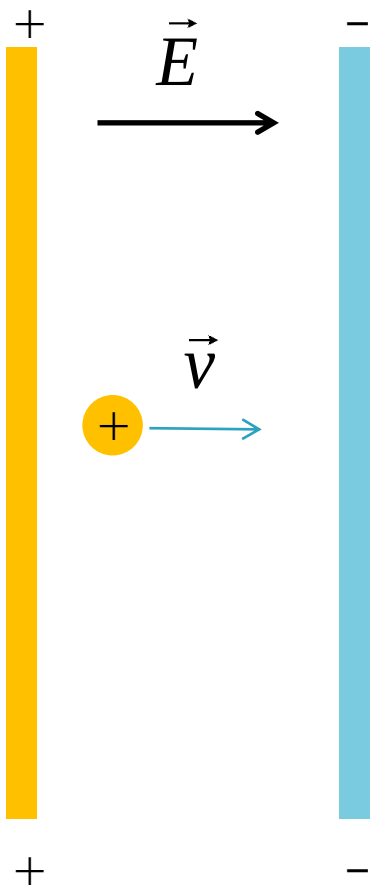
$$t = 0, \quad x = 0 \Rightarrow C_2 = 0$$

$$t = 0, \quad v_0 = 0 \Rightarrow C_1 = 0$$

$$x = \frac{q_o E}{2m} t^2 \qquad v = \frac{q_o E}{m} t$$

Κίνηση μόνο στον άξονα x αφού η δύναμη είναι συγγραμμική της διεύθυνσης πεδίου

Παράδειγμα Υπολογισμού



$m, q_0 \qquad v_0 = 0,\ x_0 = 0$

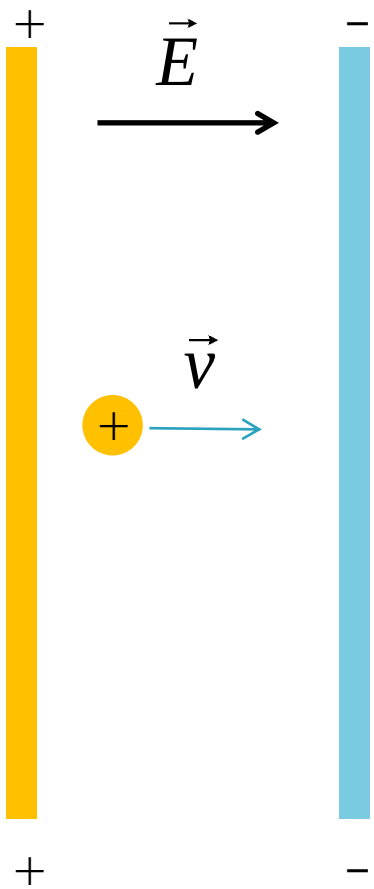
$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{q_o E}{m} \Rightarrow v_x = at + v_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$\bar{v} = \frac{v_x + v_0}{2} \qquad x - x_0 = \bar{v}t = \frac{1}{2}\left(v_x + v_0\right)t$$

$$x = x_0 + \frac{1}{2}\left(v_x + v_0\right)t = x_0 + \frac{1}{2}\left(v_x + v_0\right)\left(\frac{v_x - v_0}{a}\right)$$

$$x - x_0 = \frac{1}{2}\left(\frac{v_x^2 - v_0^2}{a}\right) \Rightarrow v_x^2 = v_0^2 + 2a\left(x - x_0\right)$$

Παράδειγμα Υπολογισμού



$m, q_0 \qquad v_0 = 0,\ x_0 = 0$

$$x = \frac{q_o E}{2m} t^2 \qquad v = \frac{q_o E}{m} t \qquad a = \frac{q_0 E}{m}$$

$$v_x^2 = v_0^2 + 2a\left(x - x_0\right) \qquad v_x = v \qquad v^2 = \frac{2q_o E}{m} x$$

$$\boxed{K = \frac{1}{2} m v^2 = q_o E x}$$

Κινητική Ενέργεια