ΦΥΣΙΚΗ ΙΙ

2021-2022

Διάλεξη 3

Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου-
Ηλεκτρική ροή

Μιχάλης Ταρουδάκης

Κίνηση φορτισμένου σωμάτιου

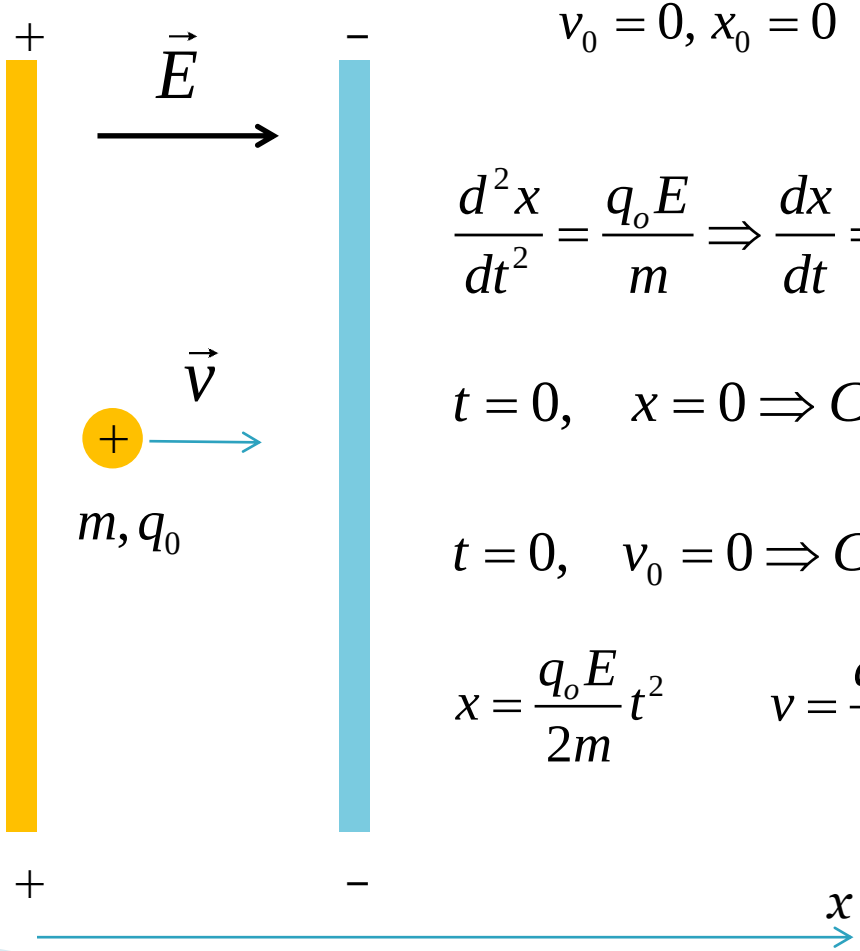
- Εάν ένα ηλεκτρικά φορτισμένοι σωμάτιο μάζας m φορτίου q_o βρεθεί σε ένα ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ θα ασκηθεί δύναμη $\vec{F}_e = q_0\vec{E}$ επ' αυτού.

- Απουσία άλλης δύναμης θα αποκτήσει επιτάχυνση $\vec{a}$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{q_0\vec{E}}{m}$$

- Σχέση ταχύτητας-επιτάχυνσης $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

Παράδειγμα Υπολογισμού



$$v_0 = 0,\ x_0 = 0 \qquad \vec{F}_e = q_0\vec{E} \qquad \vec{a} = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{q_0\vec{E}}{m} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{q_oE}{m} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{q_oE}{m}t + C_1 \Rightarrow x = \frac{q_oE}{2m}t^2 + C_1t + C_2$$

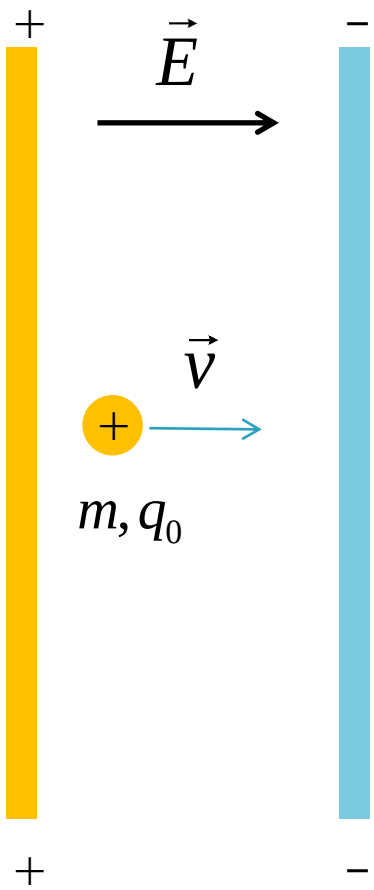
$$t = 0, \quad x = 0 \Rightarrow C_2 = 0$$

$$t = 0, \quad v_0 = 0 \Rightarrow C_1 = 0$$

Κίνηση μόνο στον άξονα x αφού η δύναμη είναι συγγραμμική της διεύθυνσης πεδίου

$$x = \frac{q_oE}{2m}t^2 \qquad v = \frac{q_oE}{m}t \qquad a = \frac{q_0E}{m}$$

Παράδειγμα Υπολογισμού



$$v_0 = 0,\ x_0 = 0 \qquad v_x = v(x)$$

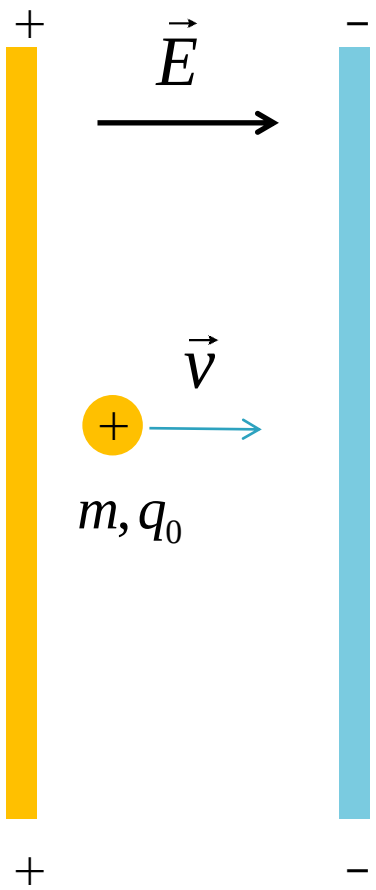
$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{q_o E}{m} \Rightarrow v_x = at + v_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$\bar{v} = \frac{v_x + v_0}{2} \qquad x - x_0 = \bar{v}t = \frac{1}{2}\left(v_x + v_0\right)t$$

$$x = x_0 + \frac{1}{2}\left(v_x + v_0\right)t = x_0 + \frac{1}{2}\left(v_x + v_0\right)\left(\frac{v_x - v_0}{a}\right)$$

$$x - x_0 = \frac{1}{2}\left(\frac{v_x^2 - v_0^2}{a}\right) \Rightarrow v_x^2 = v_0^2 + 2a\left(x - x_0\right)$$

Παράδειγμα Υπολογισμού



m, q_0 $\quad v_0 = 0,\ x_0 = 0$

$$x = \frac{q_o E}{2m} t^2 \qquad v = \frac{q_o E}{m} t \qquad a = \frac{q_0 E}{m}$$

$$v_x^2 = v_0^2 + 2a\left(x - x_0\right) \qquad v_x = v \qquad v^2 = \frac{2q_o E}{m} x$$

$$\boxed{K = \frac{1}{2} m v^2 = q_o E x}$$

Κινητική Ενέργεια

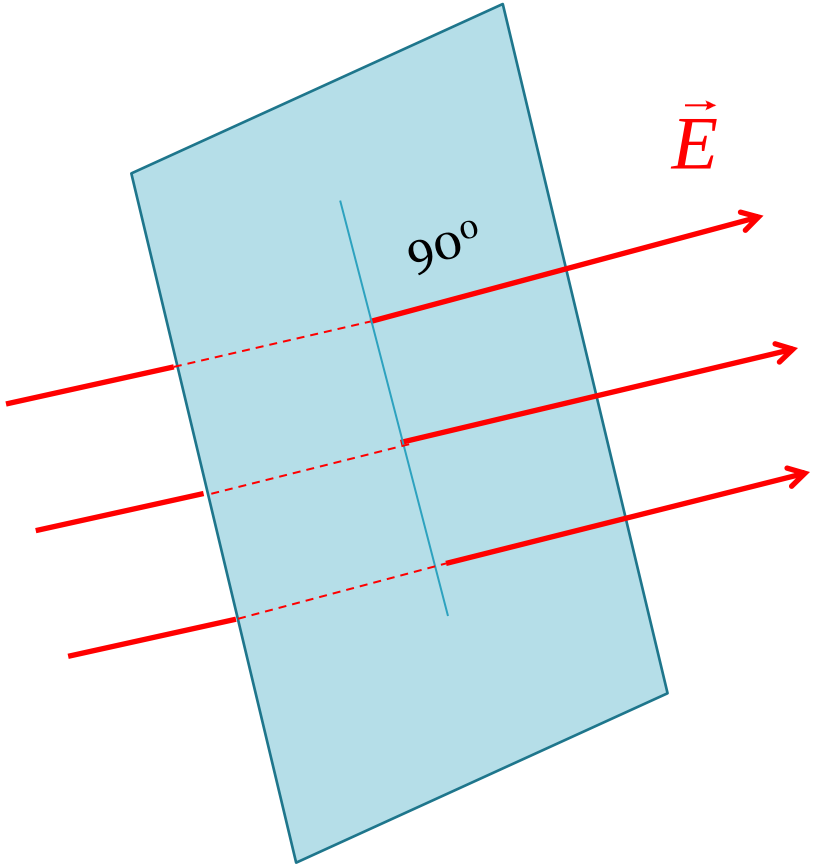
Ηλεκτρική Ροή

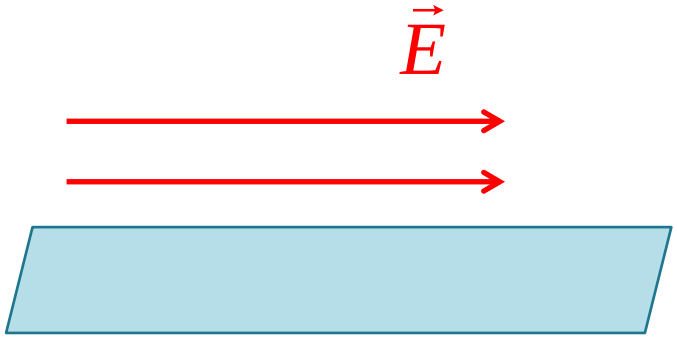
Ο αριθμός των ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών οι οποίες διαρρέουν νοητά μία νοητή η πραγματική επιφάνεια, εξαρτάται από το μέγεθός της αλλά και από τον προσανατολισμό της ως προς τις δυναμικές γραμμές.

Για ομογενές ηλεκτρικό πεδίο **E**, (σταθερή πυκνότητα δυναμικών γραμμών στο χώρο), ο αριθμός των γραμμών που διαπερνούν μια υποθετική επιφάνεια, είναι μέγιστος όταν οι δυναμικές γραμμές διαρρέουν κάθετα την επιφάνεια.

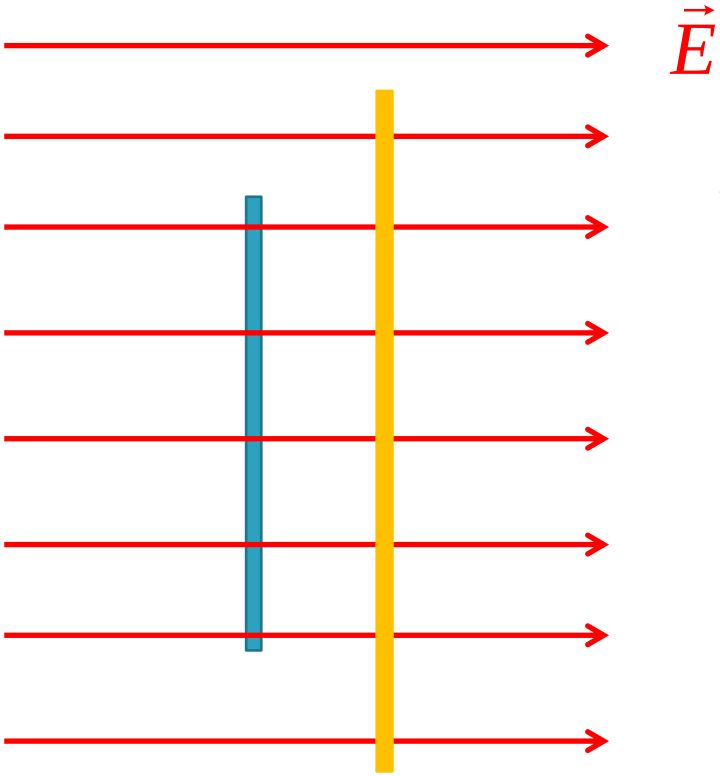
Εάν οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες με την επιφάνεια, καμία δυναμική γραμμή δεν διαρρέει την επιφάνεια.

Ηλεκτρική Ροή





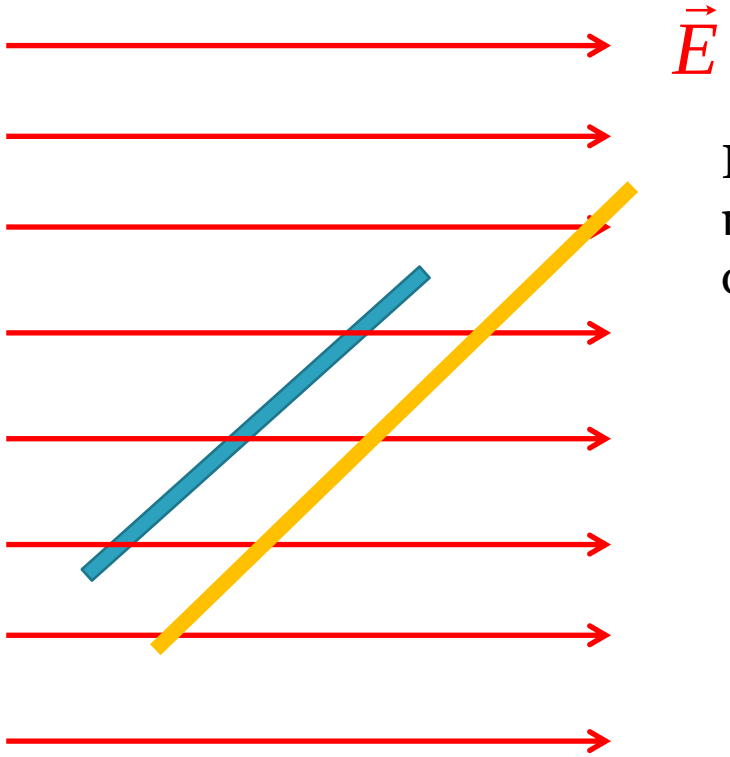
Ηλεκτρική Ροή



Μεγαλύτερη επιφάνεια δέχεται μεγαλύτερο αριθμό ηλεκτρικών γραμμών

5 7

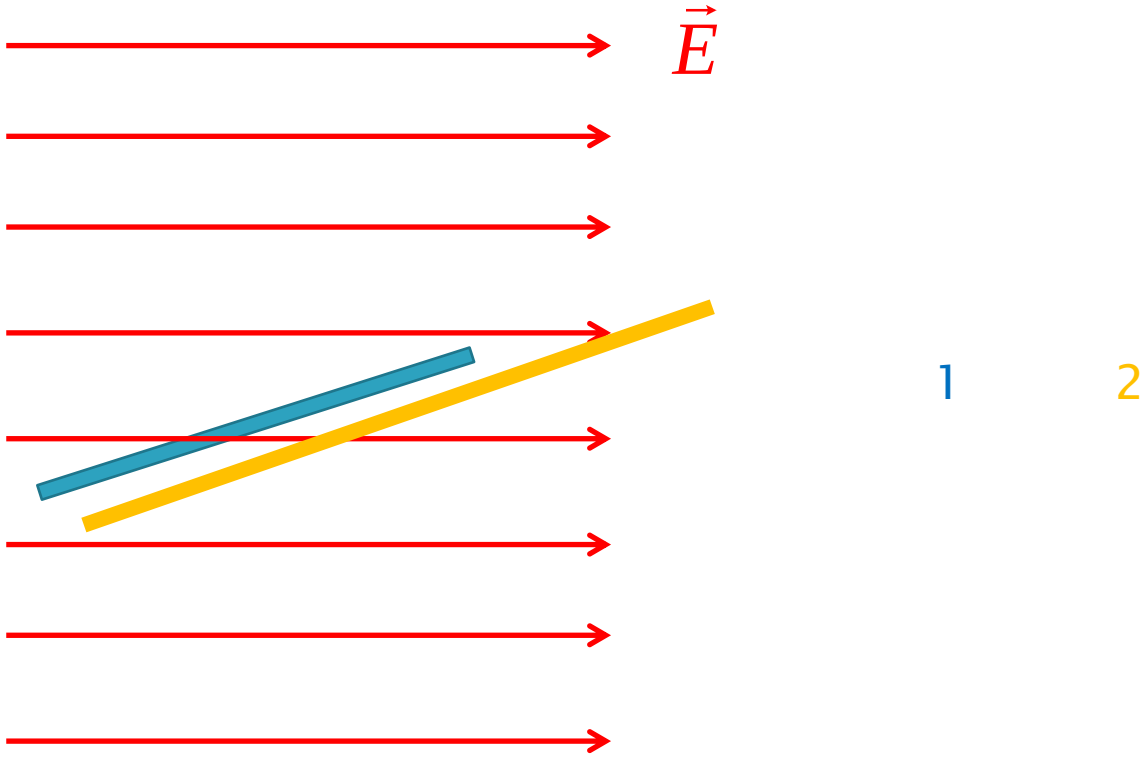
Ηλεκτρική Ροή



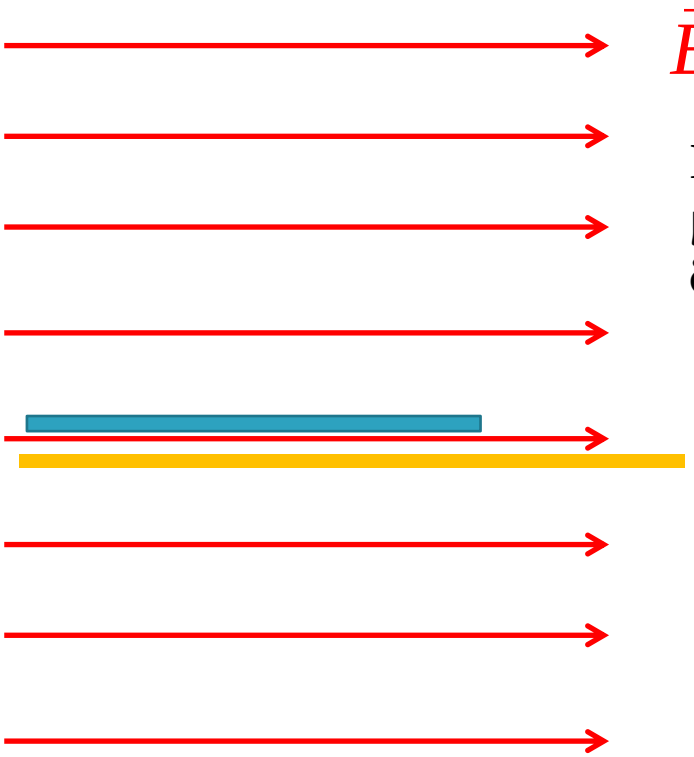
Εάν η επιφάνεια είναι σε κλίση ως προς τις ηλεκτρικές γραμμές, δέχεται μικρότερο αριθμό γραμμών

3 5

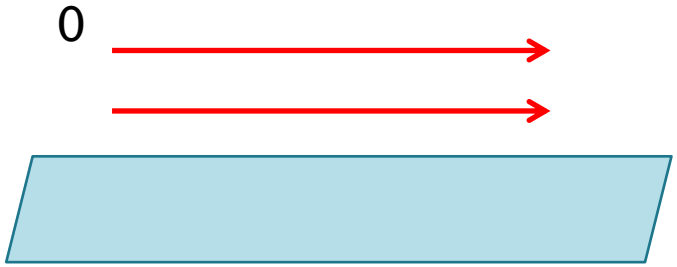
Ηλεκτρική Ροή



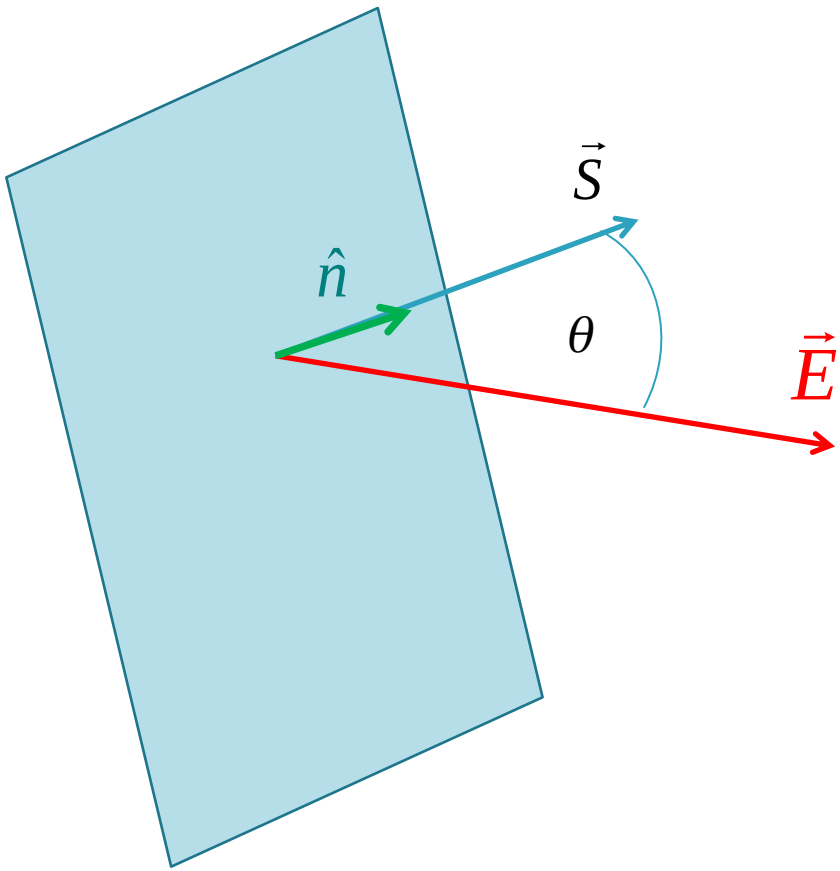
Ηλεκτρική Ροή



Εάν οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες με την επιφάνεια, καμία δυναμική γραμμή δεν διαρρέει την επιφάνεια.



Ηλεκτρική Ροή



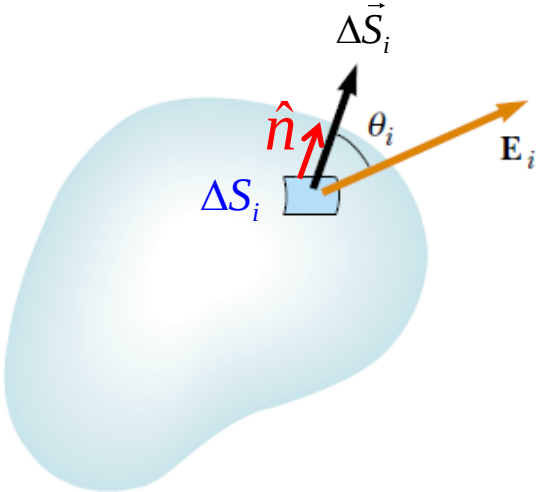
$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S}$$

$$\Phi_E = ES\cos\theta$$

θ=0: Φ_E μέγιστο

θ=π/2: Φ_E μηδενικό

Ηλεκτρική Ροή



$$\Phi_{\mathrm{E}} = \vec{E} \cdot \vec{S}$$

$$\Delta\Phi_{\mathrm{E}} = E_i \Delta S_i \cos\theta_i = \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{S}_i$$

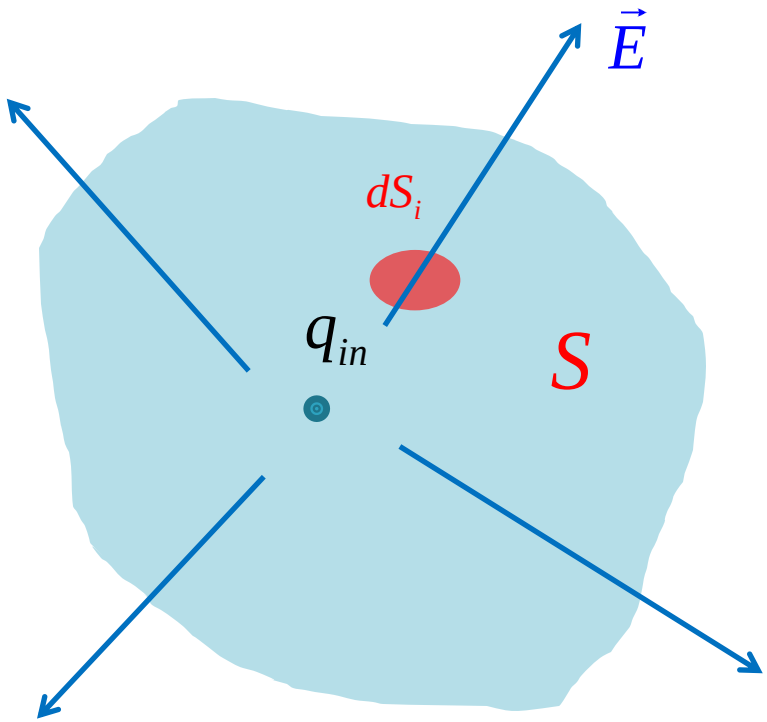
$$\Phi_{\mathrm{E}} = \lim_{\Delta S_i \to 0} \sum_i \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{S}_i = \int_S \vec{E}_i \cdot d\vec{S}_i$$

$$\Delta\vec{S}_i = \Delta S_i \hat{n} \qquad d\vec{S}_i = dS_i \hat{n}$$

Για κλειστή επιφάνεια

$$\Phi_{\mathrm{E}} = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}_i$$

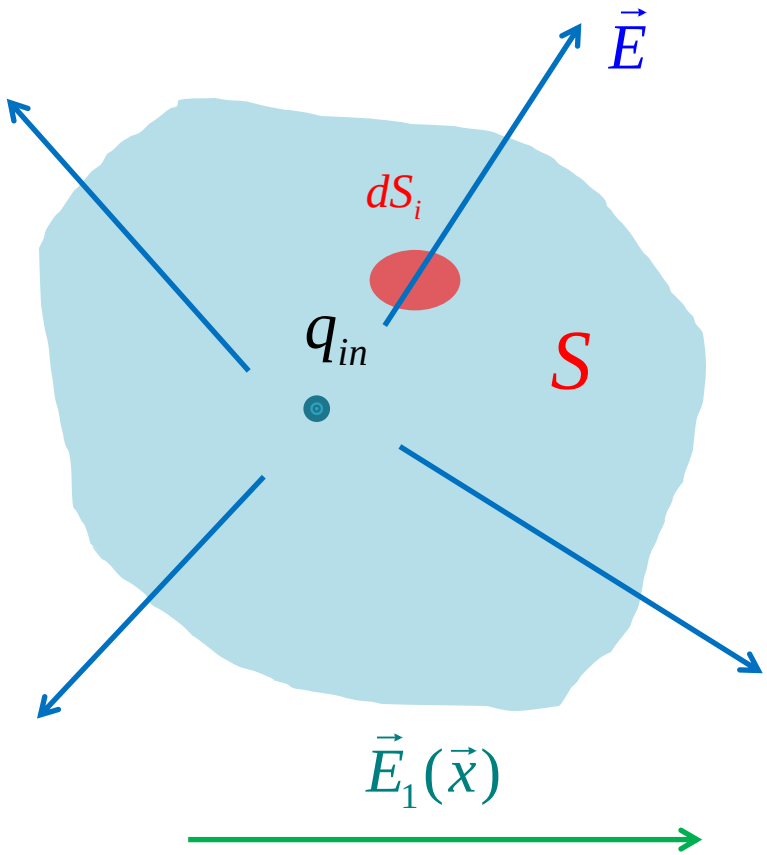
Θεώρημα Gauss



Karl Friedrich Gauss
(1777–1855)
Wikipedia

$$\Phi_{\mathrm{E}} = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}_i = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

Θεώρημα Gauss

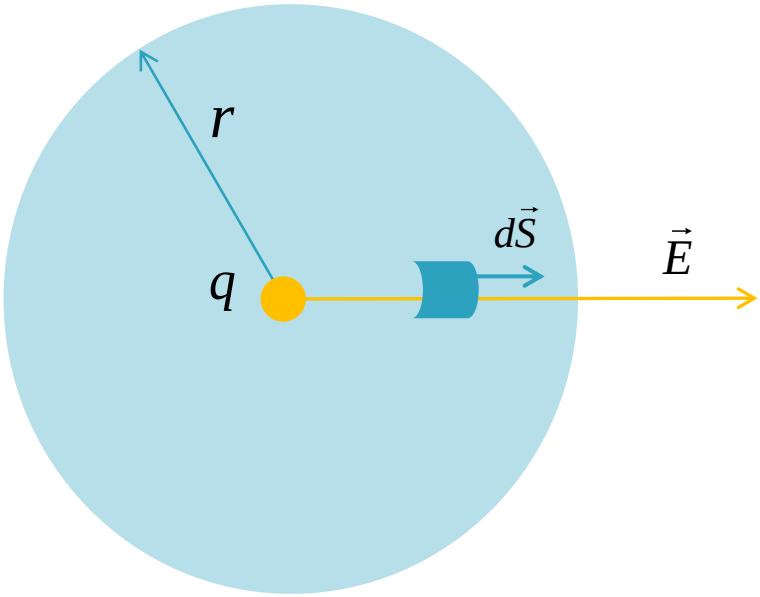


$$\vec{E}_t(\vec{x}) = E(\vec{x}) + E_1(\vec{x})$$

$$\Phi_{\mathrm{E}} = \oint_S \vec{E}_t \cdot d\vec{S}_i = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$\vec{E}_t$ Είναι το ολικό πεδίο που μπορεί να προέρχεται και από εξωτερικά φορτία

Θεώρημα Gauss



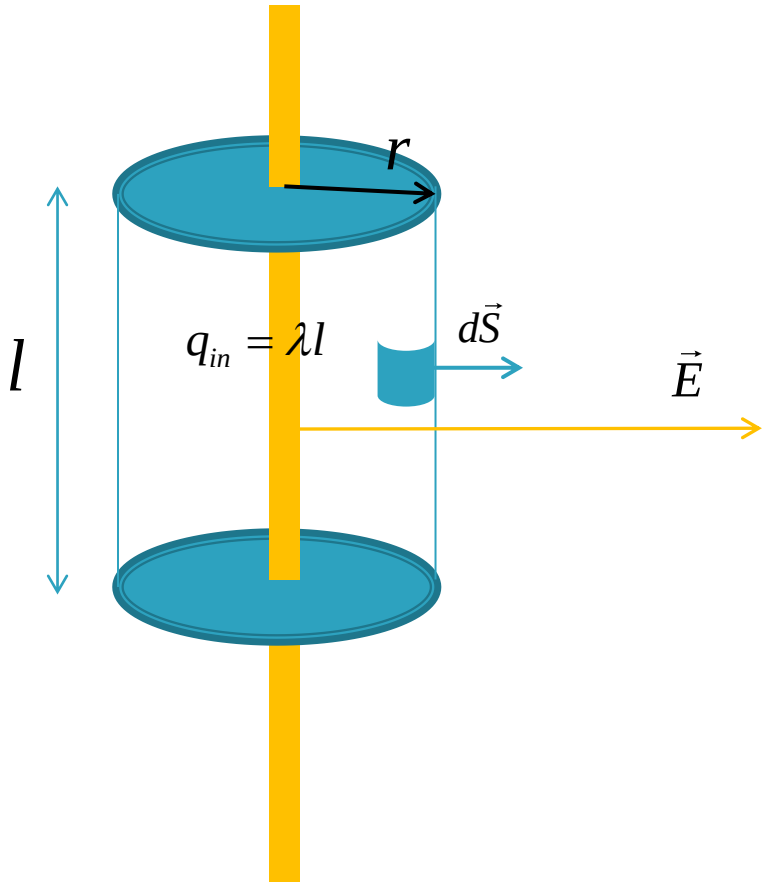
$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = k_e \frac{q}{r^2}$$

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E dS$$

$$\oint_S E dS = E \oint dS = E 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Εάν το φορτίο δεν ήταν στο κέντρο της σφαίρας το θεώρημα θα ισχύει αλλά η απόδειξη είναι πιο δύσκολη

Θεώρημα Gauss



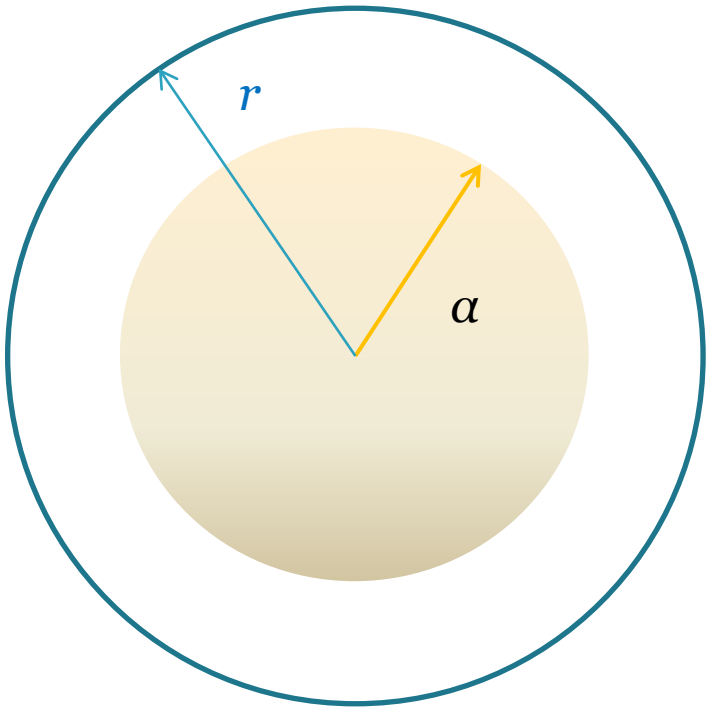
$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S E dS = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_S E dS = E \oint_S dS = ES$$

$$S = 2\pi r l$$

$$E 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0} = 2k_e \frac{\lambda}{r}$$

Εφαρμογή



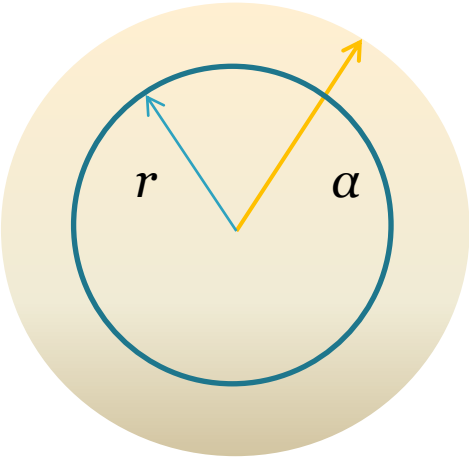
Σφαίρα ακτίνας α με ομοιόμορφη κατανομή φορτίου ρ και ολικό φορτίο Q. *Να βρεθεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε σημείο στο εξωτερικό της σφαίρας*

$$\Phi_{\mathrm{E}} = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$\oint_S E dS = E \oint dS = E 4\pi r^2 = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi e_0 r^2} = k_e \frac{Q}{r^2}$$

Εφαρμογή



Σφαίρα ακτίνας *α* με ομοιόμορφη κατανομή φορτίου *ρ* και ολικό φορτίο *Q*. *Να βρεθεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε σημείο στο εσωτερικό της σφαίρας*

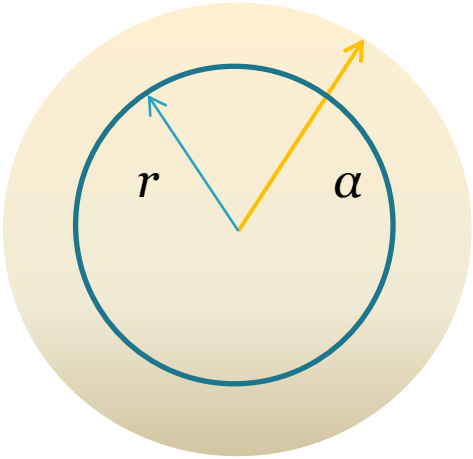
$$\Phi_{\mathrm{E}} = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$q_{in} = \rho V' = \rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

$$\oint_S d\vec{S} = 4\pi r^2$$

$$E\left(4\pi r^2\right) = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

Εφαρμογή



Σφαίρα ακτίνας *α* με ομοιόμορφη κατανομή φορτίου *ρ* και ολικό φορτίο *Q*. *Να βρεθεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε σημείο στο εσωτερικό της σφαίρας*

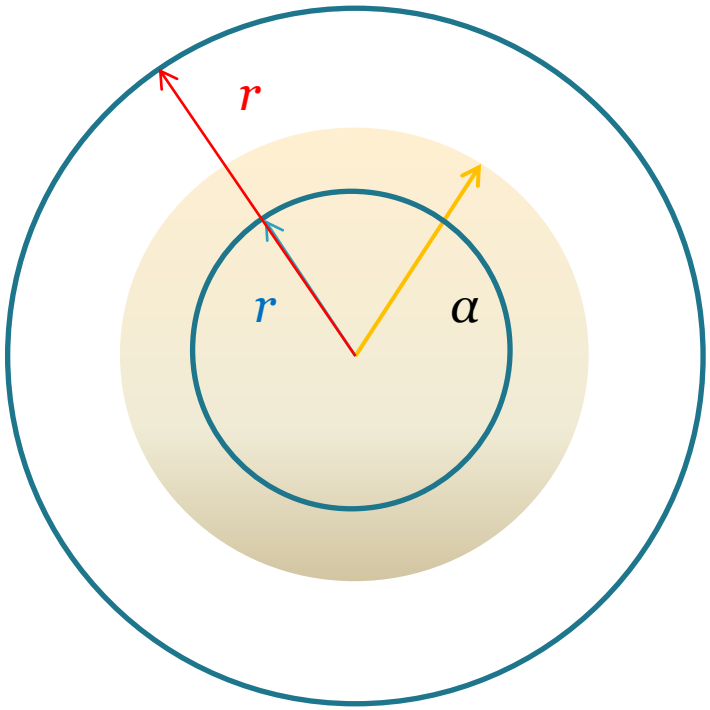
$$E\left(4\pi r^2\right) = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

$$E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$$

$$Q = \rho V = \rho\left(\frac{4}{3}\pi a^3\right) \Rightarrow \rho = Q / \frac{4}{3}\pi a^3$$

$$E = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 \alpha^3} = k_e \frac{Q}{a^3} r$$

Εφαρμογή



$$E_{in} = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0\alpha^3} = k_e \frac{Q}{a^3} r$$

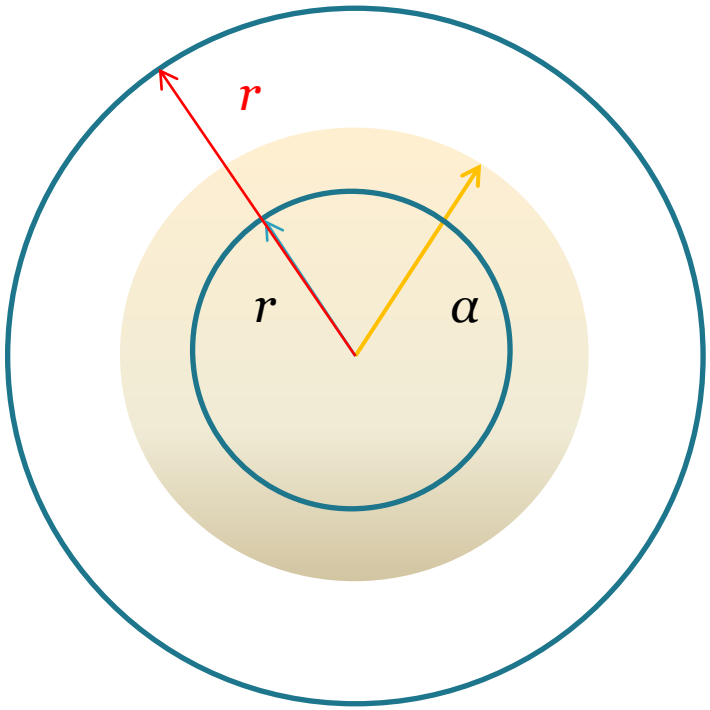
$$E_{out} = \frac{Q}{4\pi e_0 r^2} = k_e \frac{Q}{r^2}$$

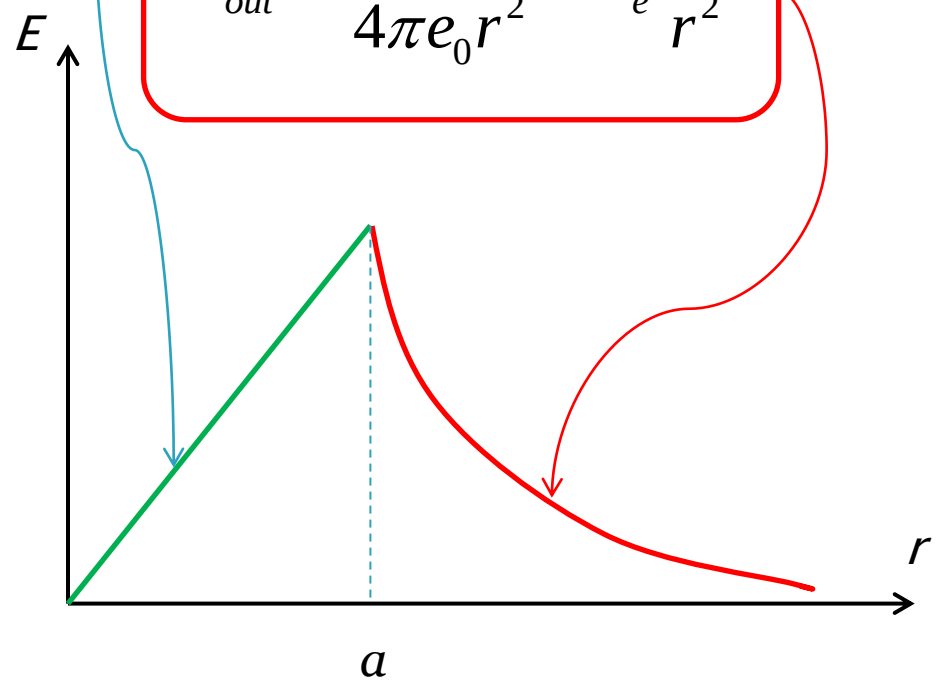
$$r \to a$$

Και οι δύο εκφράσεις έχουν πεπερασμένο όριο (ίδιο)

$$E_a = k_e \frac{Q}{a^2}$$

Εφαρμογή



$$E_{in} = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 \alpha^3} = k_e \frac{Q}{a^3} r$$

$$E_{out} = \frac{Q}{4\pi e_0 r^2} = k_e \frac{Q}{r^2}$$