ΦΥΣΙΚΗ ΙΙ

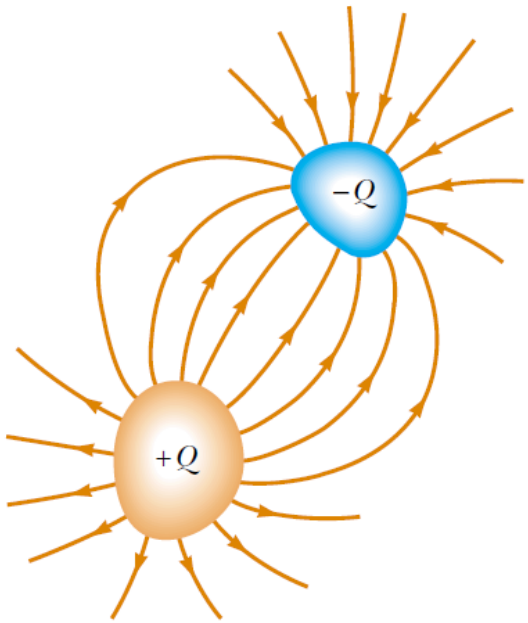
2021-2022

Διάλεξη 5

Πυκνωτές – Ηλεκτρικό Ρεύμα
Νόμος Ohm – Κυκλώματα

Μιχάλης Ταρουδάκης

Πυκνωτές (Capacitors)



Ένας πυκνωτής αποτελείται από δύο αγωγούς οι οποίοι φέρουν φορτία αντίθετης πολικότητας αλλά ίδιου μεγέθους Q.

Καλούνται πλάκες (plates) του πυκνωτή

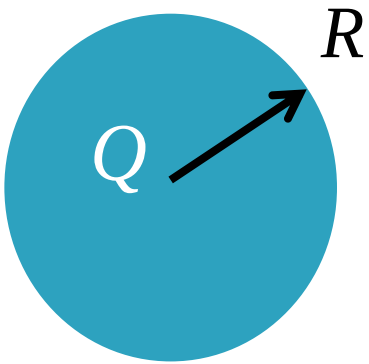
$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$ Χωρητικότητα Πυκνωτή

ΔV είναι το μέτρο της διαφοράς δυναμικού ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή. Επίσης υπονοείται και μέτρο του φορτίου.

Μονάδα : 1F (Farad)=1C/V

micro (10^{-6} F) to picofarads (10^{-12} F).

Πυκνωτές



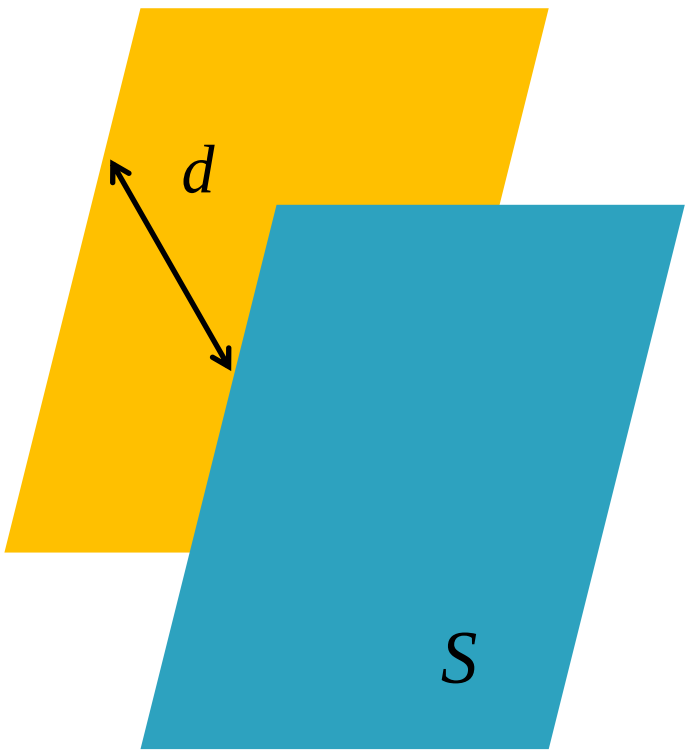
Ένας μεμονωμένος αγωγός έχει χωρητικότητα.

Θεωρούμε ένα σφαιρικό αγωγό ακτίνας R και ένα δεύτερο αγωγό σε άπειρη απόσταση με δυναμικό 0.

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{k_e Q / R} = \frac{R}{k_e} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

ΔV είναι η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή και επομένως για το συγκεκριμένο πυκνωτή είναι το δυναμικό του σφαιρικού αγωγού.

Πυκνωτές



$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Πυκνωτές από παράλληλες πλάκες.

Επιφανειακή πυκνότητα $\sigma = \frac{Q}{S}$

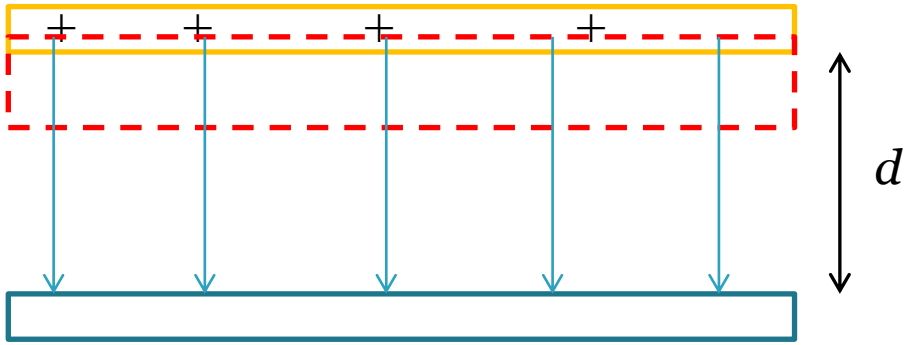
Θεωρούμε ότι υπάρχει ομοιόμορφο πεδίο (προσέγγιση).

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$$

$$\Delta V = Ed = \frac{Qd}{\varepsilon_0 S}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

Πυκνωτές



Εφαρμογή Νόμου Gauss

$$\Phi_{\mathrm{E}} = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}_i = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

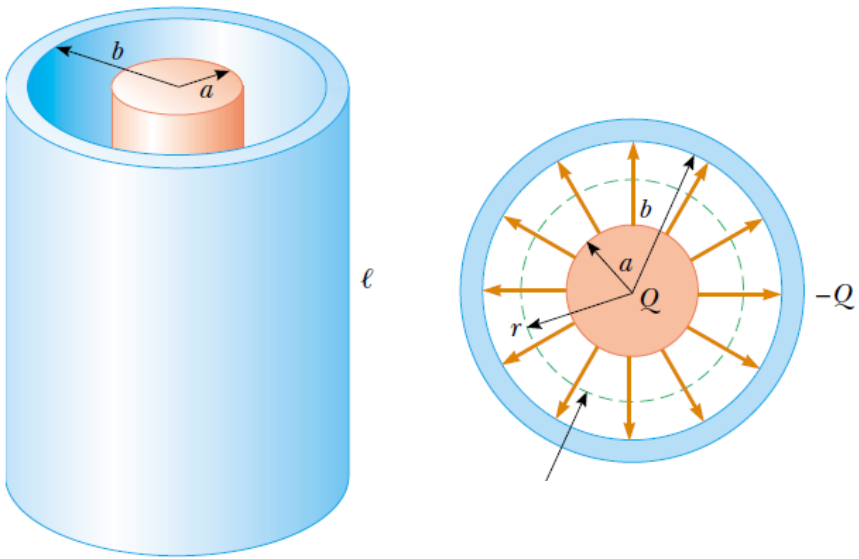
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}_i = ES = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\Delta V = Ed = \frac{Qd}{\varepsilon_0 S} \qquad C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

Πυκνωτές

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \qquad \lambda = \frac{Q}{l}$$



(a) (b)

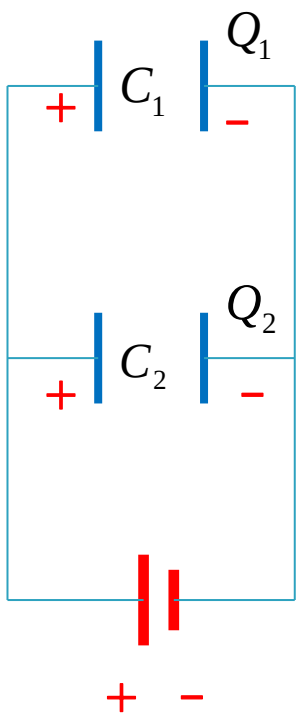
$$\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\int_a^b E_r dr =$$

$$= -2k_e \lambda \int_\alpha^b \frac{dr}{r} = -2k_e \lambda \ln(b/a)$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{(2k_e Q/l)\ln(b/a)} = \frac{l}{2k_e \ln(b/a)}$$

(Μέτρο της διαφοράς δυναμικού)

Συνδιασμός Πυκνωτών



$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$$

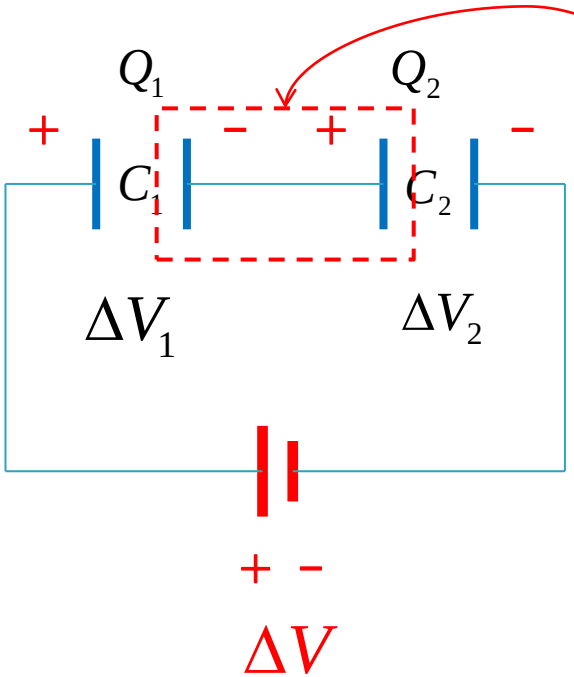
$$C_1 = \frac{Q_1}{\Delta V} \qquad C_2 = \frac{Q_2}{\Delta V}$$

$$Q_{eq} = Q_1 + Q_2 = C_1 \Delta V + C_2 \Delta V = C_{eq} \Delta V$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

Παράλληλη σύνδεση

Συνδιασμός Πυκνωτών



$$C_1 = \frac{Q_1}{\Delta V_1} \qquad C_2 = \frac{Q_2}{\Delta V_2}$$

$$Q_1 = Q_2 \qquad \Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

$$\Delta V = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \frac{Q_{eq}}{C_{eq}} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

Εν σειρά σύνδεση

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Ενέργεια Πυκνωτή

Διαδικασία φόρτισης :

Σε κάποια χρονική στιγμή *t* στον πυκνωτή υπάρχει φορτίο *q(t)*

Διαφορά δυναμικού $\Delta V(t)=q(t)/C$

Μεταφέρεται έξτρα φορτίο *dq*

Απαιτούμενο έργο $$dW = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$$

Συνολικό έργο $$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C}\int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \qquad W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q\Delta V = \frac{1}{2} C\left(\Delta V\right)^2 = U$$

Ενέργεια Πυκνωτή

Για πυκνωτές με οπλισμό από παράλληλες πλάκες απόστασης d και επιφάνειας S

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \qquad \Delta V = Ed$$

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{d}\left(Ed\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 Sd\right)E^2$$

Πυκνότητα ενέργειας $$u_E = \frac{U}{Sd} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Διηλεκτρικά

Διηλεκτρικό είναι μη αγώγιμο υλικό, το οποίο εισαγόμενο σε ένα πυκνωτή οδηγεί στην αύξηση της χωρητικότητάς του.

Πείραμα Faraday : Μέτρηση φορτίου σε πυκνωτή με και χωρίς διηλεκτρικό κάτω από την ίδια τάση .

Εισάγοντας διηλεκτρικό, $Q>Q_o$

$$\Delta V = \frac{Q}{C}$$

$$\Delta V = \Delta V_0 \longrightarrow C > C_0$$

$$C = \kappa C_0,\ \kappa > 1$$

Διηλεκτρικά

Αντίστοιχο πείραμα : Σε πυκνωτή σταθερού φορτίου εισάγουμε διηλεκτρικό.

$$\Delta V_0 = \frac{Q_0}{C_0}$$ Εισάγοντας διηλεκτρικό $$\Delta V = \frac{Q_0}{C} < V_0$$

$$Q = Q_0 \longrightarrow C > C_0$$

$$\Delta V_0 = \kappa \Delta V, \ \kappa > 1$$

Για πυκνωτές με οπλισμό από παράλληλες πλάκες απόστασης d και επιφάνειας S

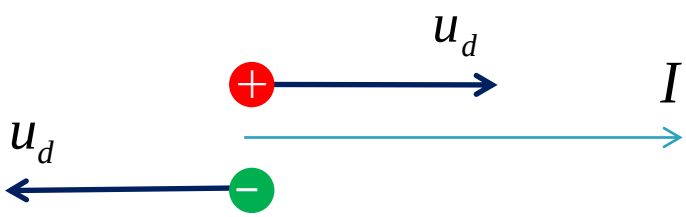
$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \Rightarrow C = \kappa \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

Ηλεκτρικό Ρεύμα

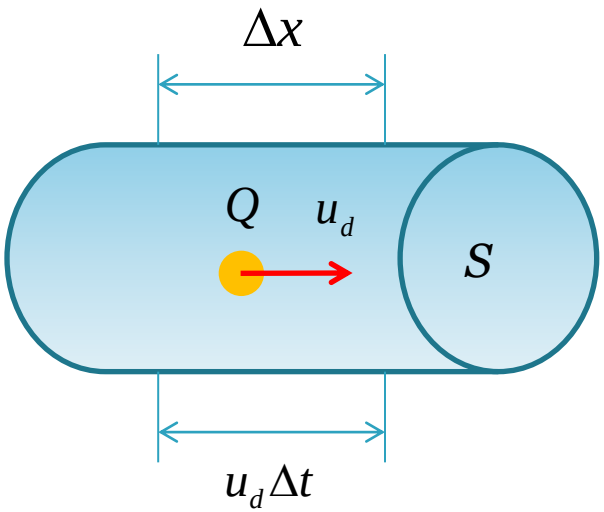
Ρυθμός μεταβολής φορτίου στη μονάδα του χρόνου δια μέσου ενός αγωγού.

$$I_m = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$ Στιγμιαίο ρεύμα

$$I = \frac{dQ}{dt}$$ A ampere=coul/sec



Ηλεκτρικό Ρεύμα



$$I_m = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

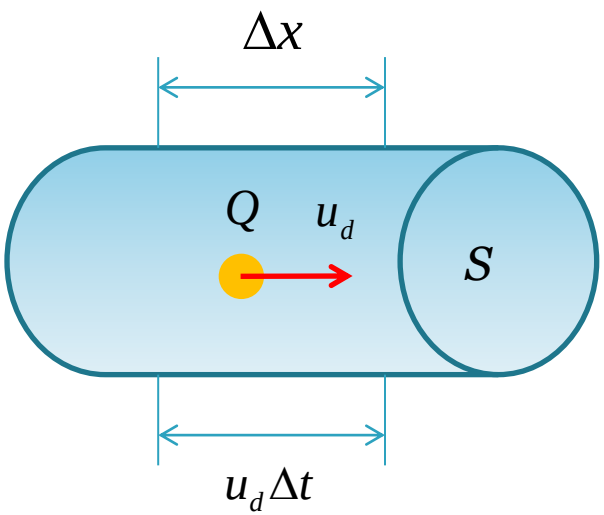
S : Διατομή αγωγού

n : αριθμός φορτίων στη μονάδα όγκου

$$\left.\begin{aligned} \Delta Q &= n \cdot S \cdot \Delta x \cdot q \\ \Delta x &= u_d \Delta t \end{aligned}\right\} \quad \Delta Q = n \cdot S \cdot u_d \cdot \Delta t \cdot q$$

$$I_m = n \cdot q \cdot u_d \cdot S$$

Ηλεκτρικό Ρεύμα



$$J = \frac{I}{S}$$

Πυκνότητα ρεύματος

$$I = n \cdot q \cdot u_d \cdot S$$

$$J = n \cdot q \cdot u_d$$

$$\vec{J} = n \cdot q \cdot \vec{u}_d$$

$$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

$$\vec{u}_d = \frac{\vec{J}}{n \cdot q}$$

Σύμβολο εσωτερικού γινομένου

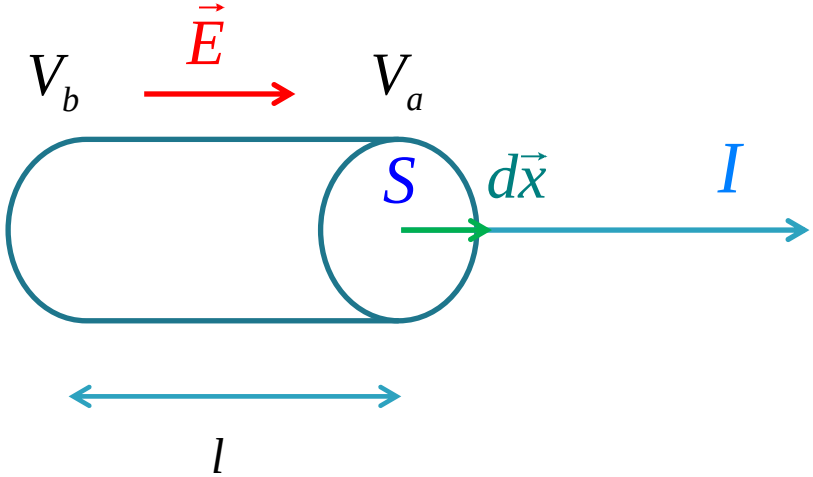
Ηλεκτρική Αντίσταση

Η πυκνότητα του ρεύματος συνδέεται με το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από τη διαφορά δυναμικού, με μία σχέση της μορφής :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

σ : αγωγιμότητα $=1/\rho$

ρ : ειδική αντίσταση



$$\Delta V = V_b - V_a$$

$$V_b - V_a = -\int_{\alpha}^{b} \vec{E} \cdot d\vec{x} = \int_{0}^{l} E dx = El$$

Ομοιογενές πεδίο $\Delta V = El$

θυμίζουμε $V_a < V_b$

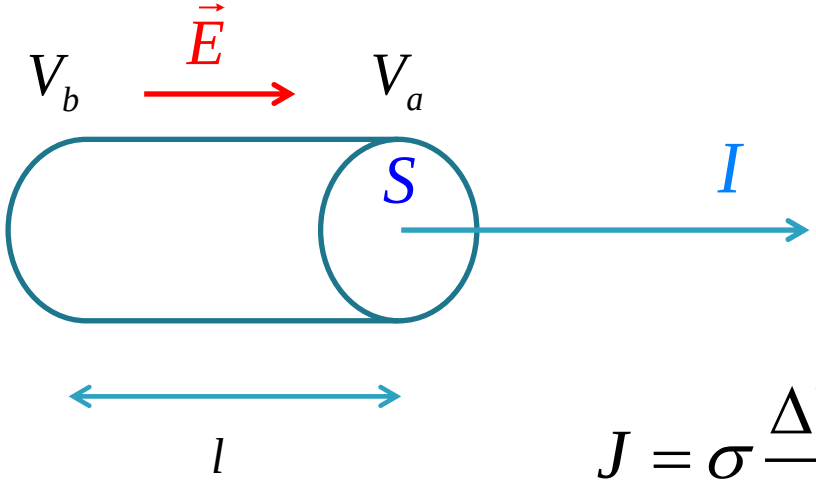
Ηλεκτρική Αντίσταση

Η πυκνότητα του ρεύματος συνδέεται με το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από τη διαφορά δυναμικού, με μία σχέση της μορφής :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

σ : αγωγιμότητα $=1/\rho$

ρ : ειδική αντίσταση



$$\Delta V = V_b - V_a$$

$$\Delta V = El$$

$$J = \sigma \frac{\Delta V}{l} \qquad \Delta V = \frac{l}{\sigma} J = \frac{l}{\sigma S} I = RI$$

Αντίσταση

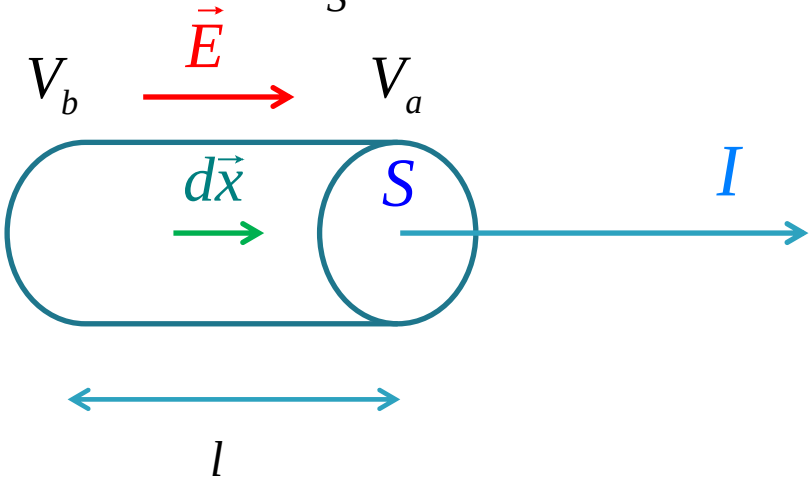
$$R = \frac{\Delta V}{I}$$

$1\,\Omega = 1V/A$

Ηλεκτρική Αντίσταση

$$R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{-\int_{\alpha}^{b} \vec{E} \cdot d\vec{x}}{\int_{S} \vec{J} \cdot d\vec{S}}$$

Νόμος του Ohm – ισχύει για μεταλλικούς αγωγούς σταθερής θερμοκρασίας



$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Εξάρτηση από τη θερμοκρασία

$$\rho = \rho_0 \left[1 + \alpha \left(T - T_0 \right) \right]$$

T_0=20° C

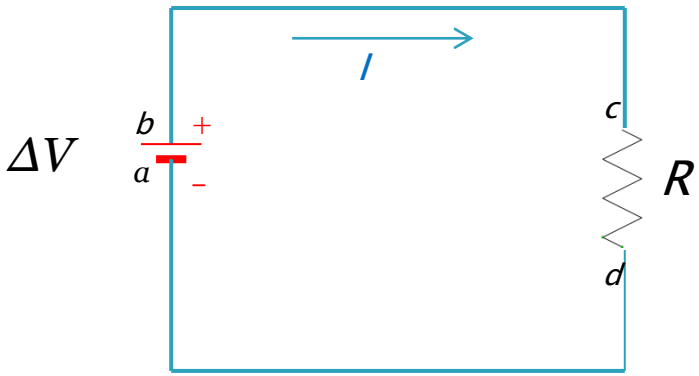
Θερμοκρασιακός συντελεστής ειδικής αντίστασης

$$a = \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta \rho}{\Delta T}$$

$$R = R_0 \left[1 + \alpha \left(T - T_0 \right) \right]$$

Ηλεκτρική Ισχύς

Θετικό φορτίο Q οδεύει στο κύκλωμα με τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Η δυναμική ενέργεια του συστήματος ανάμεσα στο a και το b αυξάνει κατά $\Delta U = Q\Delta V$. Η ενέργεια αυτή αναλίσκεται στην αντίσταση.



Ρυθμός μεταβολής δυναμικής ενέργειας

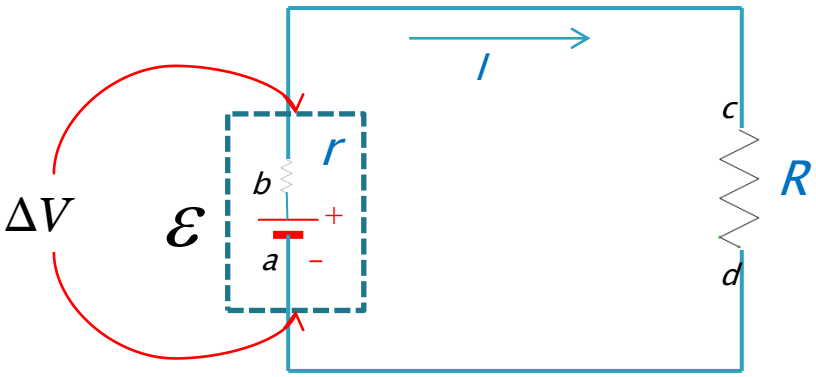
$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}\left(Q\Delta V\right) = \frac{dQ}{dt}\Delta V = I\Delta V$$

Ισχύς $$P = I\Delta V$$

$$P = I^2 R = \frac{\Delta V^2}{R}$$

Κυκλώματα

$$P = I^2 R = \frac{\Delta V^2}{R}$$



$$\Delta V_0 = V_b - V_a = \varepsilon$$

Ηλεκτρεγερτική δύναμη (ΗΕΔ)

$$\Delta V = \varepsilon - Ir = IR$$

Εσωτερική αντίσταση μπαταρίας r

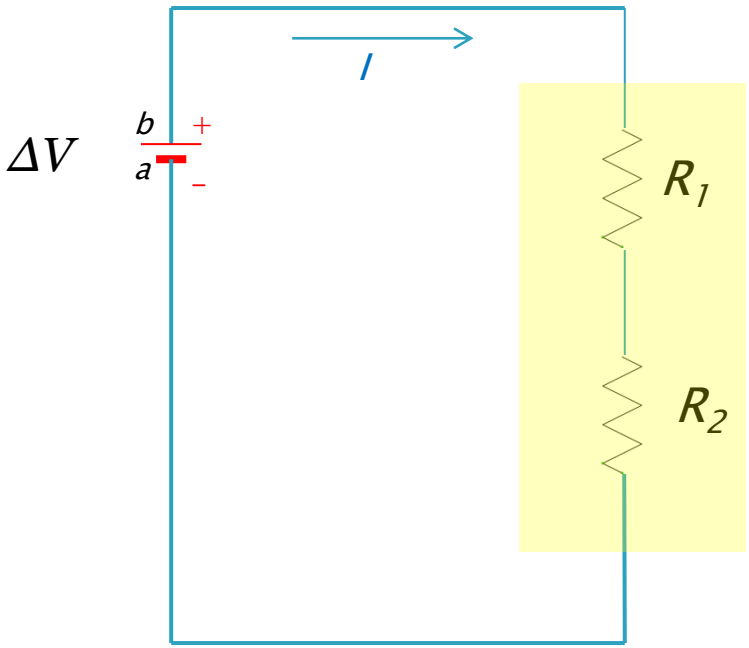
$$\varepsilon = IR + Ir$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

$$I\varepsilon = I^2 R + I^2 r = P$$

Κυκλώματα

$$\Delta V = IR_1 + IR_2 = I\left(R_1 + R_2\right)$$

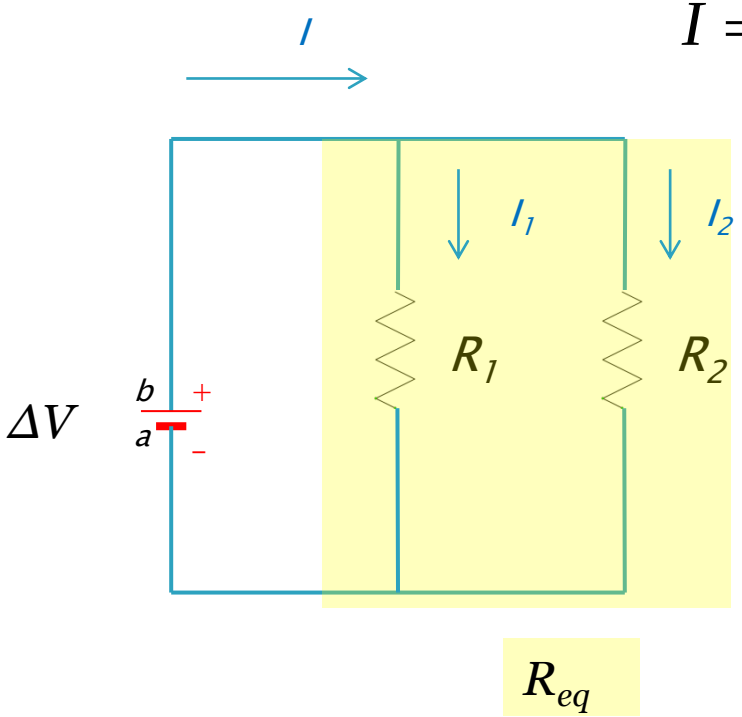


$$\Delta V = IR_{eq}$$

R_{eq} Ισοδύναμη αντίσταση

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Κυκλώματα



$$I = I_1 + I_2 = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} = \Delta V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

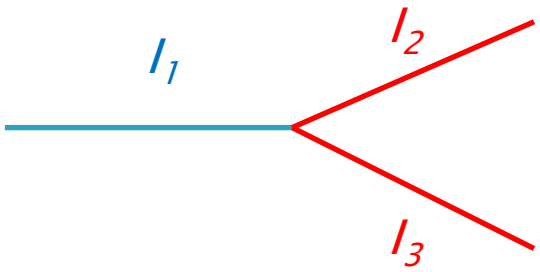
1ος Κανόνας Kirchhoff

$$\Delta V = IR_{eq}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

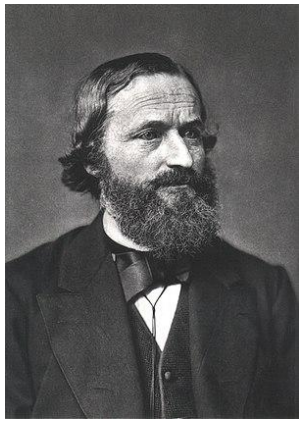
$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Νόμοι Kirchhoff

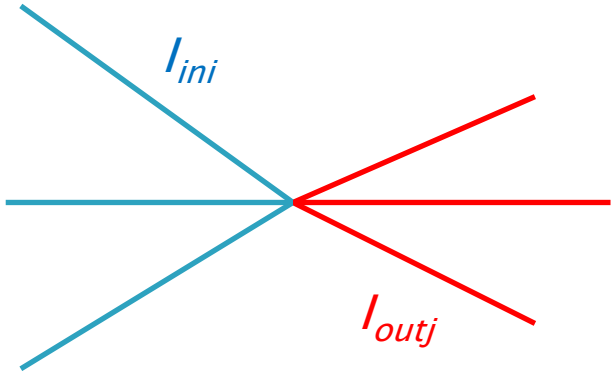


$$I_1 = I_2 + I_3$$

1ος Νόμος



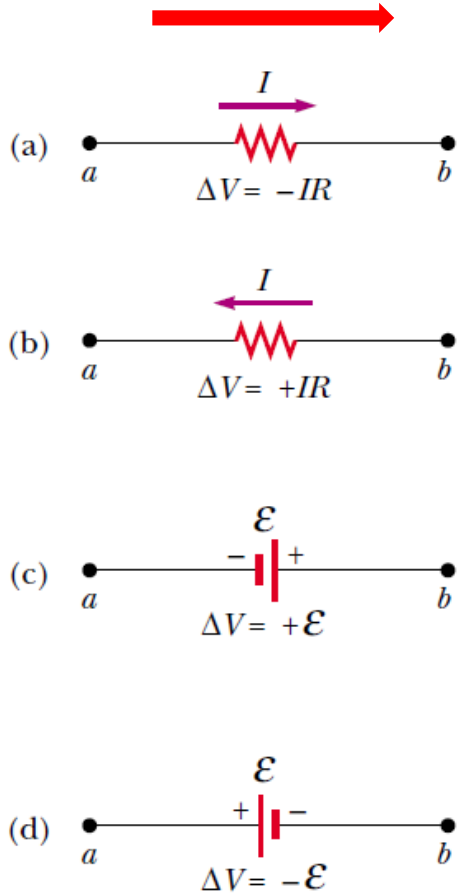
Gustav Robert Kirchhoff
(1824–1887)
Wikipedia



Νόμος Κόμβων. Το άθροισμα των ρευμάτων που εισέρχεται σε κάθε κόμβο είναι ίσο με το άθροισμα των ρευμάτων που εξέρχεται του κόμβου.

$$\sum_i I_{ini} = \sum_j I_{outj}$$

Νόμοι Kirchhoff



Searway

2ος Νόμος

Νόμος Βρόγχων. Το άθροισμα των διαφορών δυναμικών κατά μήκος κάθε επί μέρους τμήματος ενός κλειστού κυκλώματος πρέπει να είναι 0

$$\sum_{\substack{\text{κλειστό} \\ \text{κύκλωμα}}} \Delta V = 0$$

Κανόνες εφαρμογής του Νόμου βρόγχων σε ό,τι αφορά πρόσημο διαφοράς δυναμικού και διεύθυνσης ρεύματος