

Φίλτρα

Θόρυβος

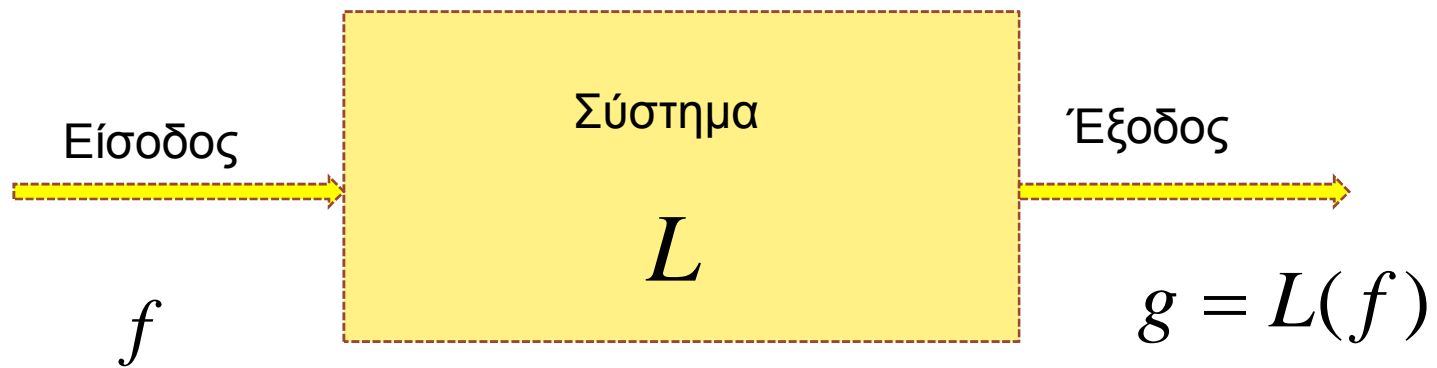
Συσχέτιση Ακουστικών
σημάτων

Εισαγωγή στην Ακουστική Ωκεανογραφία

$$g = L(f)$$

$$g_n = L(f_n)$$

Γραμμικό σύστημα π.χ. $g(n) = 5f(n)$



Φίλτρα

$$h(t) \leftrightarrow H(f)$$

Συνάρτηση απόκρισης παλμού $h(t)$

Συνάρτηση μεταφοράς $H(f)$

$$f(t) \leftrightarrow F(f)$$

$$G(f) = F(f)H(f)$$

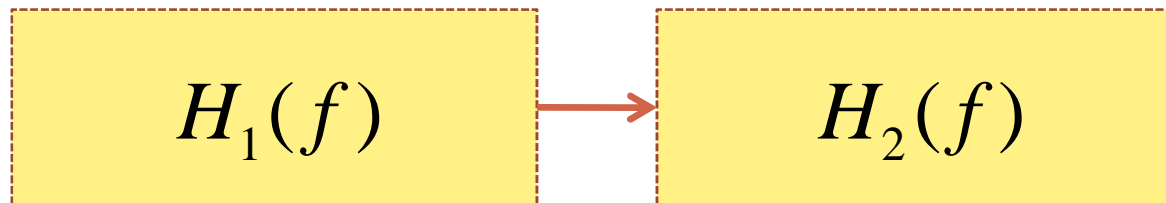
Φίλτρα

$$G(f) = F(f)H(f)$$

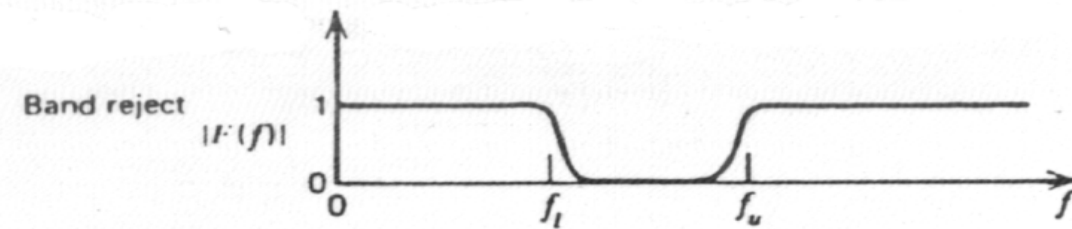
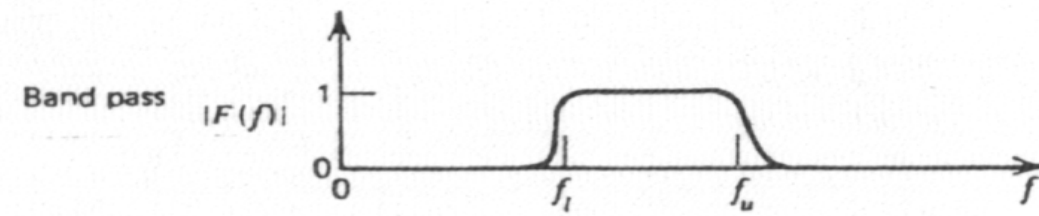
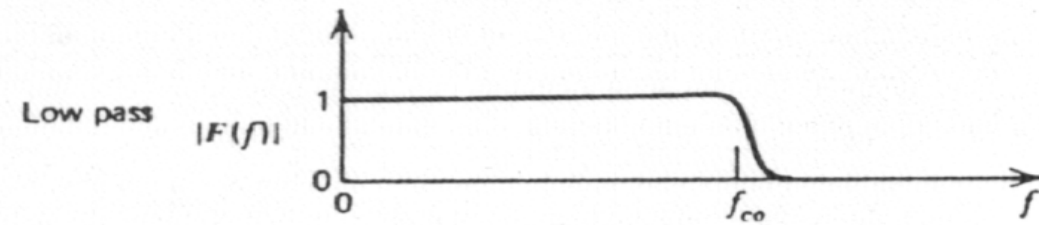
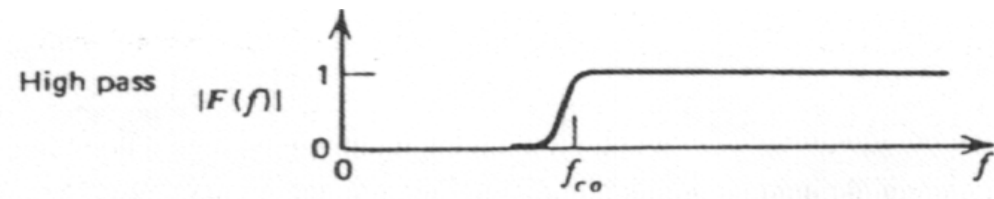
$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f)e^{i2\pi ft} df = \int_{-\infty}^{\infty} F(f)H(f)e^{i2\pi ft} df$$

$$g(t) = f(t) * h(t)$$

$$h_1(t) \leftrightarrow H_1(f) \quad h_2(t) \leftrightarrow H_2(f)$$



$$h(t) = h_1(t) * h_2(t), \quad H(f) = H_1(f)H_2(f)$$



$$I_{hh} = \int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 dt$$

$$I_{hh} = \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} |F(f)|^2 |H(f)|^2 df = 2 \int_0^{\infty} |F(f)|^2 |H(f)|^2 df$$

$$I_{hh} = 2 \langle |F(f)|^2 \rangle \int_0^{\infty} |H(f)|^2 df$$

Θόρυβος

$$\langle |n(t)|^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T |n(t)|^2 dt$$

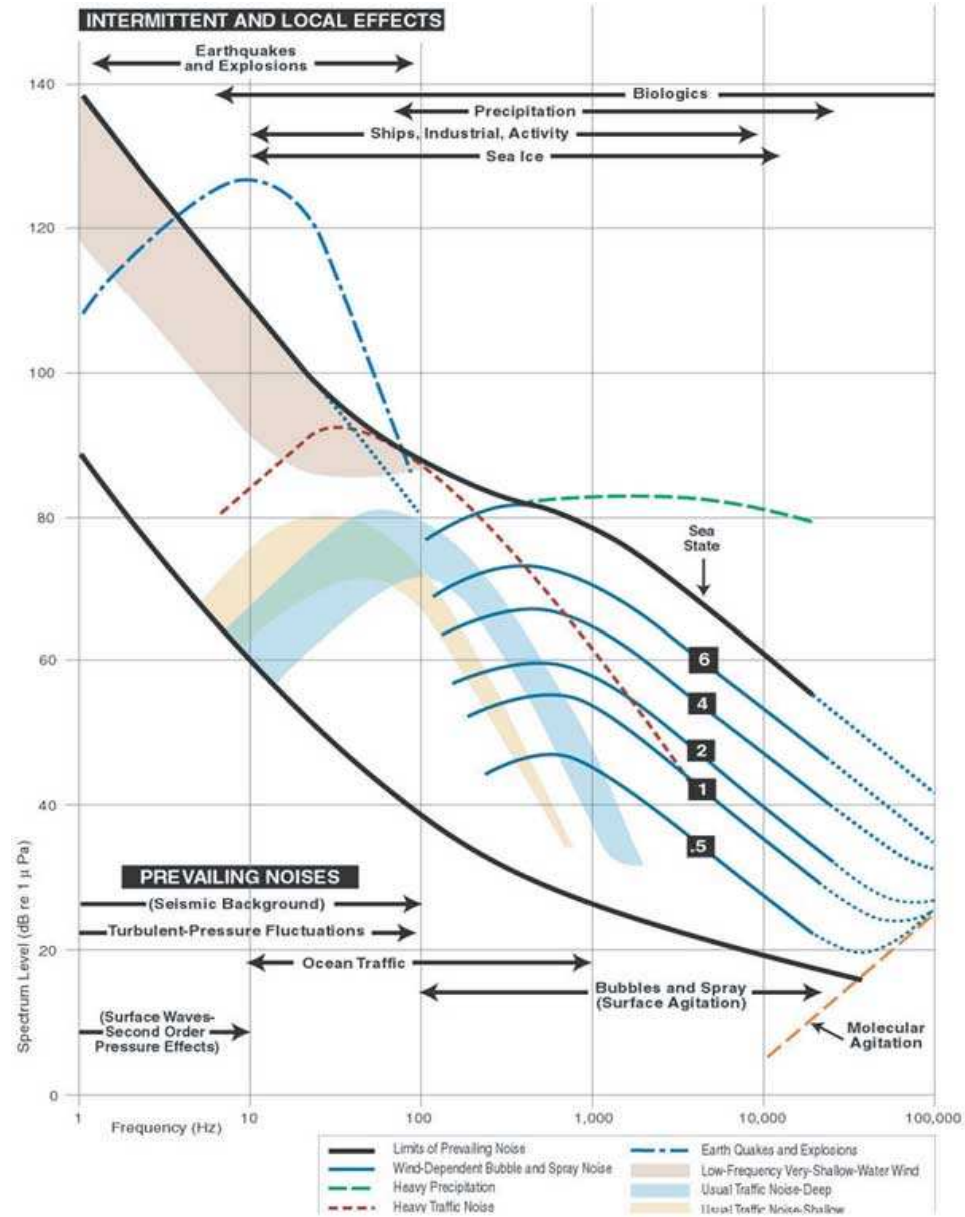
$$\langle |g_n(t)|^2 \rangle = 2 \int_0^\infty S_{nn}(f) |H(f)|^2 df$$

$$S_{nn}(f) = 0.5 F_{nn}(f) \quad \text{Φασματική πυκνότητα} \quad Pa^2 / Hz$$

$$\text{Φασματικό Επίπεδο} \equiv 10 \log_{10} \left[\frac{2S_{nn}(f)}{\mu Pa^2 / Hz} \right] \quad dB$$

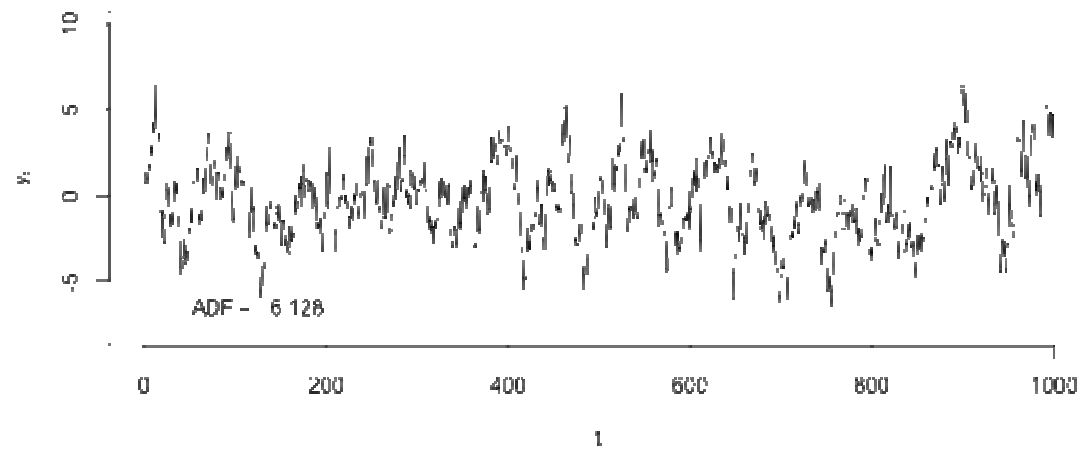
$$S / N = \frac{|F(f)|^2}{S_{nn}(f)}$$

$$S / N \text{ (dB)} = 10 \log\left(\frac{|F(f)|^2}{S_{nn}(f)}\right)$$

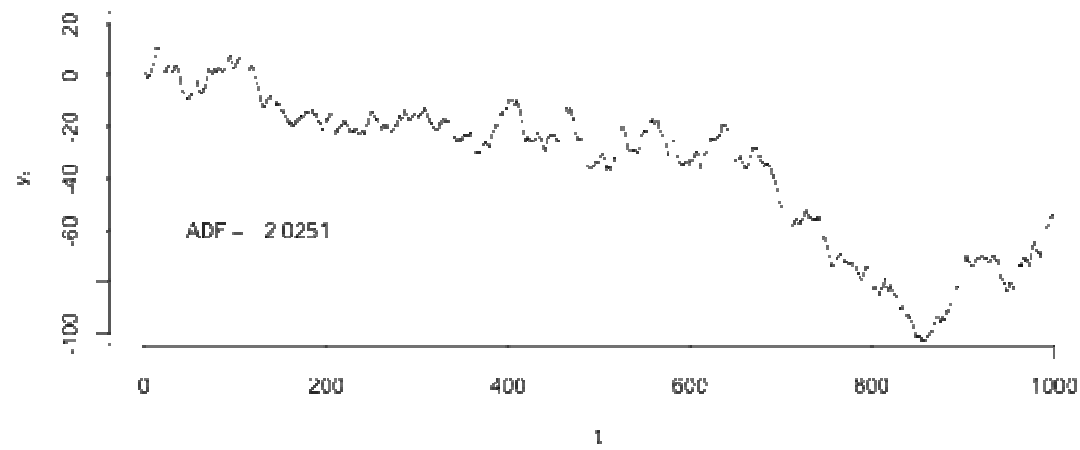


Συσχέτιση Ακουστικών Σημάτων

Stationary Time Series



Non-stationary Time Series



$$x(t), \quad y(t)$$

$$x_n, \quad y_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n = 0 \quad \langle y \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y_n = 0$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n^2 \quad \sigma_y^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y_n^2$$

Βαθμός Συσχέτισης

$$e^2(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left[(C_{xy}(k) \frac{x_n}{\sigma_x}) - \frac{y_{n+k}}{\sigma_y} \right]^2$$

$$\frac{\partial e^2(k)}{\partial C_{xy} k} = 0$$



$$C_{xy}(k) = \frac{1}{\sigma_x \sigma_y N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n y_{n+k}$$

Συνάρτηση συσχέτισης

$\in [1, -1]$

Correlation function

$$C_{xy}(k) = \frac{1}{\sigma_x \sigma_y N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n^* y_{n+k}$$

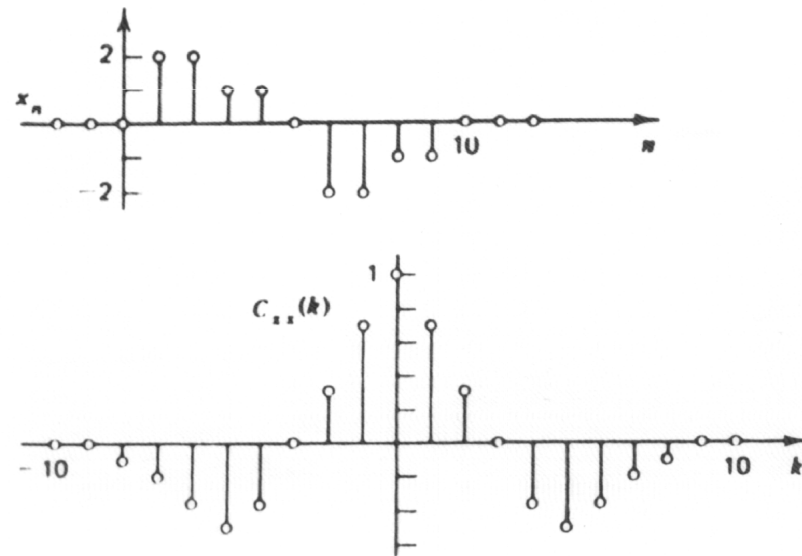
$$\text{cov}[x, y(k)] \equiv \sigma_x \sigma_y C_{xy}(k) = \langle x^* y(k) \rangle$$

Συνάρτηση συνδιακύμανσης

Covariance function

$$C_{xy}(k) = \frac{1}{\sigma_x \sigma_y N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n^* y_{n+k}$$

$$\text{cov}[x, y(k)] \equiv \sigma_x \sigma_y C_{xy}(k) = \langle x^* y(k) \rangle$$



Αναλογικά σήματα

T Διάρκεια δειγματοληψίας

$\Delta t = 1 / f_n$ Συχνότητα δειγματοληψίας f_n

$$N = T / \Delta t$$

$$\tau = k\Delta t = kT / N$$

$$x_n \rightarrow x(t), \quad y_n \rightarrow y(t)$$

$$\text{cov}[x, y(k)] \equiv \sigma_x \sigma_y C_{xy}(k) = \langle x^* y(k) \rangle$$

$$\text{cov}[x, y(\tau)] = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T x^*(t) y(t + \tau) \Delta t$$

$$\text{cov}[x, y(\tau)] = \frac{1}{T} \int_0^T x^*(t) y(t + \tau) dt = \langle x^*(t) y(t + \tau) \rangle$$

$$\sigma_x^2 \equiv \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt \quad \sigma_y^2 \equiv \frac{1}{T} \int_0^T |y(t)|^2 dt \quad C_{xy}(\tau) = \frac{\text{cov}[x, y(\tau)]}{\sigma_x \sigma_y}$$

$$\sigma_x \sigma_y C_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x^*(t) y(t + \tau) dt \right)$$

Απεριοδικά σήματα

$$C_{xy}(\tau) = \frac{1}{(I_{xx} I_{yy})^{1/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t) y(t + \tau) dt$$

$$C_{xx}(\tau) = \frac{1}{I_{xx}} \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t) x(t + \tau) dt$$

$$I_{xx} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

$$I_{yy} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt$$

Σήματα και θόρυβος

Εκπεμπόμενο σήμα $x(t)$

Ανακλώμενο σήμα $x(t - T)$

Ανακλώμενο σήμα
και θόρυβος $a(t) = x(t - T) + n(t)$

Δειγματοληψία ανά Δt , $t = n\Delta t$, $T = j\Delta t$

$$a_n = x_{n-j} + n_n$$

Συνάρτηση Συνδιακύμανσης

$$\text{cov}[x, y(\tau)] = \frac{1}{T} \int_0^T x^*(t) y(t + \tau) dt = \langle x^*(t) y(t + \tau) \rangle$$

$$\sigma_x \sigma_a C_{xa}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n^* (x_{n-j+k} + n_{n+k})$$

$$\sigma_a^2 \approx \sigma_x^2 + \sigma_n^2 \quad |C_{xn}(k)| \ll 1$$

Συνάρτηση Συσχέτισης

$$C_{xa}(k) = \frac{\sigma_x}{\sigma_a} C_{xx}(k-j) + \frac{\sigma_n}{\sigma_a} C_{xn}(k)$$

$$C_{xx}(k-j) \text{ max για } k-j=0$$

$$C_{xn}(k) = 0 \Rightarrow C_{xa}(k) \text{ max για } k=j, T = j\Delta t$$

Για $C_{xn}(k) \neq 0$ θέλομε ταλαντώσεις της $C_{xn}(k) < \frac{\sigma_x}{\sigma_a}$

Τότε $C_{xa}(k) \text{ max για } k=j$