ΦΥΣΙΚΗ ΙΙ

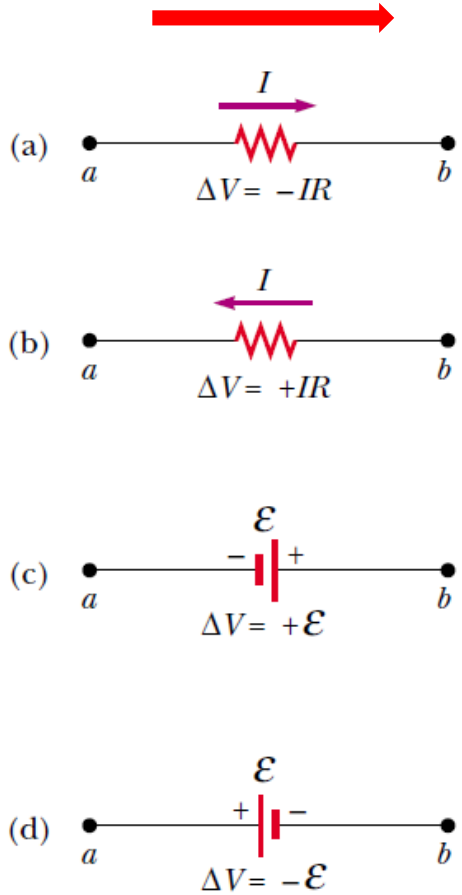
2021-2022

Διάλεξη 6

Ηλεκτρικά κυκλώματα – Μαγνητικό πεδίο

Μιχάλης Ταρουδάκης

Νόμοι Kirchhoff



Searway

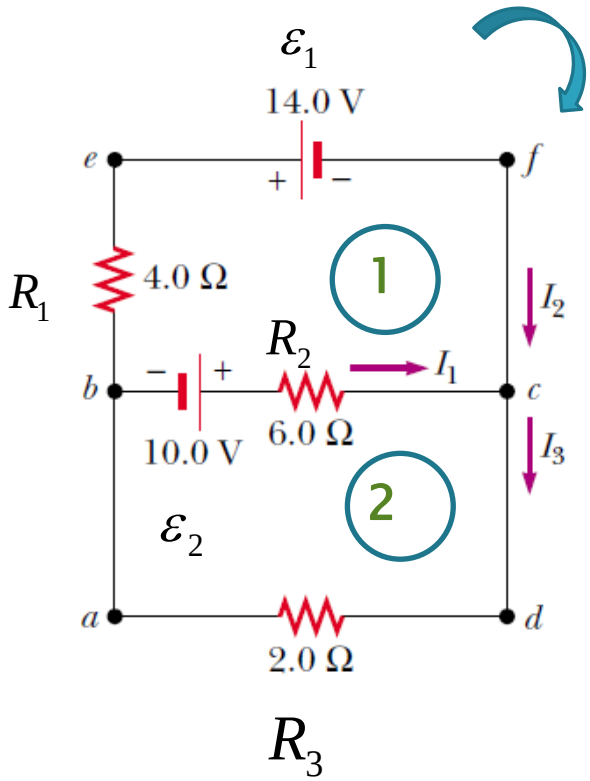
2ος Νόμος

Νόμος Βρόγχων. Το άθροισμα των διαφορών δυναμικών κατά μήκος κάθε επί μέρους τμήματος ενός κλειστού κυκλώματος πρέπει να είναι 0

$$\sum_{\substack{\text{κλειστό} \\ \text{κύκλωμα}}} \Delta V = 0$$

Κανόνες εφαρμογής του Νόμου βρόγχων σε ό,τι αφορά πρόσημο διαφοράς δυναμικού και διεύθυνσης ρεύματος

Νόμοι Kirchhoff



Searway

Υπολογίστε τα ρεύματα

$$I_i, \quad i = 1, 2, 3$$

1ο Κύκλωμα

$$-\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + I_1 R_2 - I_2 R_1 = 0$$

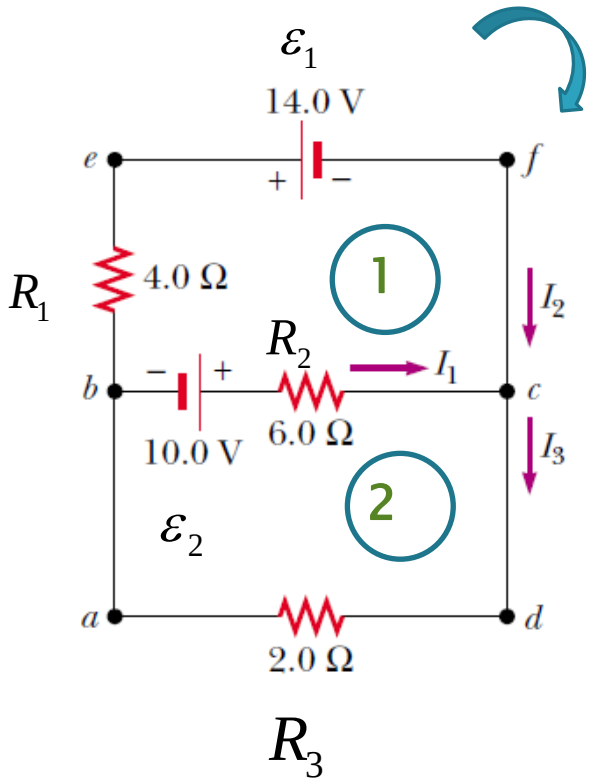
2ο Κύκλωμα

$$\varepsilon_2 - I_1 R_2 - I_3 R_3 = 0$$

Κόμβος

$$I_3 - I_2 - I_1 = 0$$

Νόμοι Kirchhoff



Searway

$$-\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + I_1R_2 - I_2R_1 = 0$$

$$\varepsilon_2 - I_1R_2 - I_3R_3 = 0$$

$$I_3 - I_2 - I_1 = 0$$

$$I_1R_2 - I_2R_1 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$I_1R_2 + I_3R_3 = \varepsilon_2$$

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

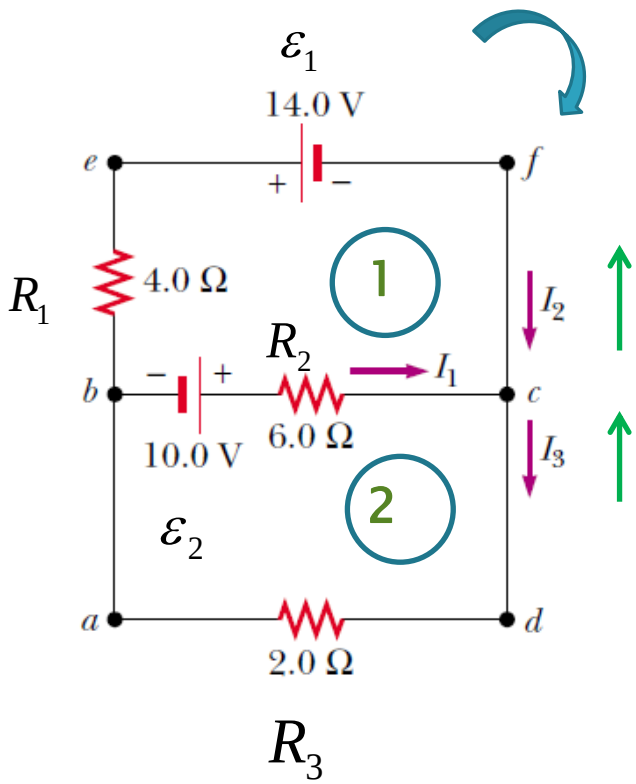
$$a_1x - a_2y = b_1$$

$$a_1x + a_3z = b_2$$

$$x + y - z = 0$$

Σύστημα της μορφής

Νόμοι Kirchhoff



Searway

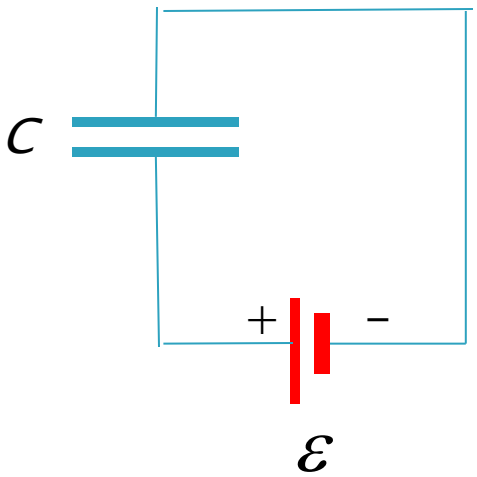
$$a_1x - a_2y = b_1$$
$$a_1x + a_3z = b_2$$
$$x + y - z = 0$$

$$\begin{bmatrix} a_1 & -a_2 & 0 \\ a_1 & 0 & a_3 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -4 & 0 \\ 6 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(I_1, I_2, I_3) = (2, -3, -1)$$

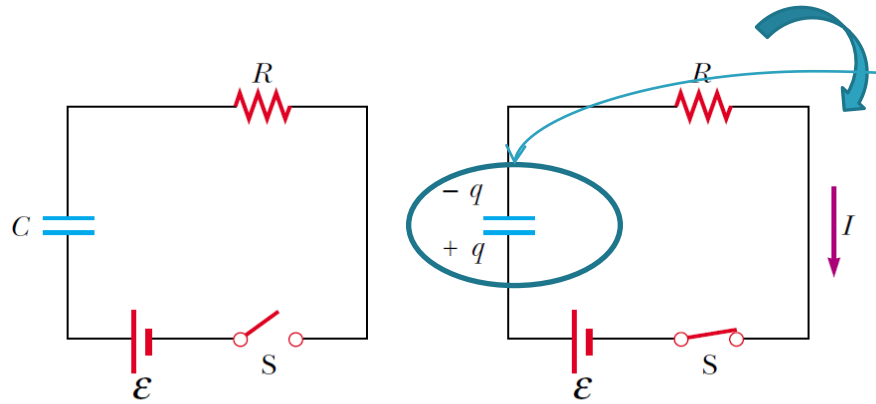
Κυκλώματα RC



Κάθε πυκνωτής λειτουργεί ως ανοικτός κλάδος ενός κυκλώματος όταν αυτό βρίσκεται σε μόνιμη κατάσταση. Το ρεύμα στον κλάδο που περιέχει τον πυκνωτή είναι 0.

Κυκλώματα RC

Φόρτιση πυκνωτή



(b) $t < 0$ (c) $t > 0$

Searway

Νόμος Kirchhoff

$$\varepsilon - \frac{q}{C} - IR = 0$$

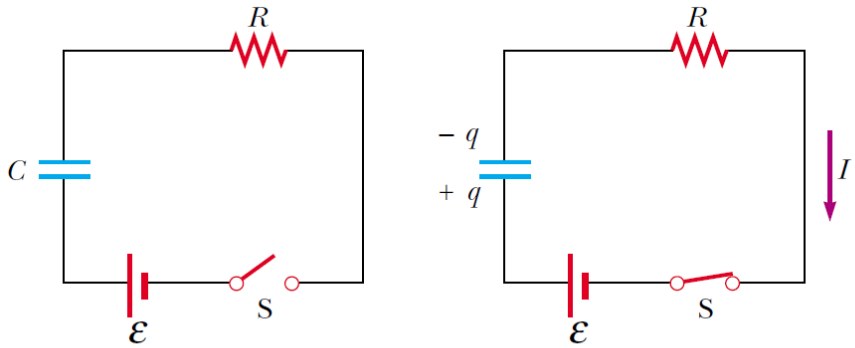
$$t = 0, \quad I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$I = 0, \quad Q = C\varepsilon$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{q}{RC} = 0 \qquad \frac{dq}{q - C\varepsilon} = -\frac{1}{RC}dt \qquad \int_0^q \frac{dq}{q - C\varepsilon} = -\int_0^t \frac{1}{RC}dt$$

Κυκλώματα RC

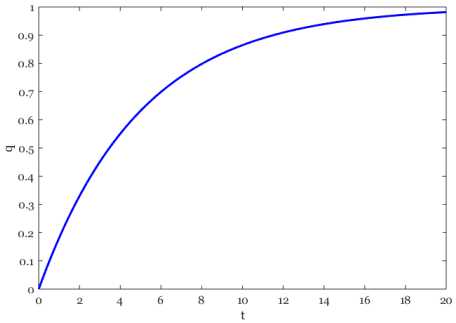
Φόρτιση πυκνωτή



(b) $t<0$ (c) $t>0$

$$\int_0^q \frac{dq}{q-C\varepsilon} = -\int_0^t \frac{1}{RC}\,dt$$

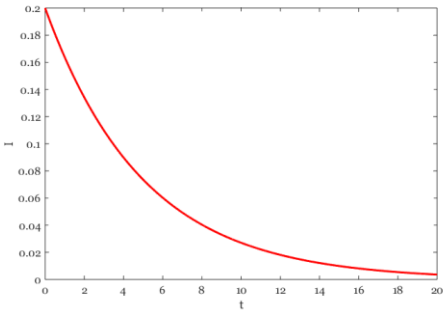
$$\ln\left(\frac{q-C\varepsilon}{-C\varepsilon}\right) = -\frac{t}{RC}$$



$$q(t) = C\varepsilon\left(1-e^{-t/RC}\right) = Q\left(1-e^{-t/RC}\right)$$

$$\varepsilon = 10\,V,\ C = 0.1\,F,\ R = 50\ Ohm$$

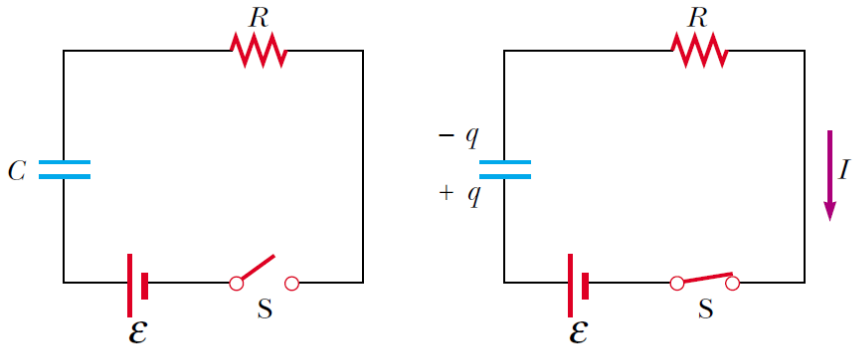
$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R}e^{-t/RC}$$



$$\tau = RC$$

Κυκλώματα RC

Ενεργειακά Μεγέθη



(b) $t < 0$ (c) $t > 0$

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}$$

$$\tau = RC$$

$$Q = C\varepsilon$$

Ενέργεια Μπαταρίας $W = Q\varepsilon = C\varepsilon^2$

Ενέργεια που αποθηκεύεται στον Πυκνωτή :

$$W = \frac{Q^2}{2C}$$

$$\frac{1}{2} Q\varepsilon = \frac{1}{2} C\varepsilon^2$$

Μαγνητικό Πεδίο

Hans Christian Oersted (1777–1851) wikipedia

Το 1819 ο Oersted ανακάλυψε ότι ένα ηλεκτρικό ρεύμα σε αγωγό μπορεί να αποκλίνει τη βελόνα μιας πυξίδας.

Νωρίτερα είχε αναγνωρισθεί ότι η γη είναι ένας τεράστιος μαγνήτης

Η ανακάλυψη του Oersted ήταν η απαρχή της μελέτης της σύνδεσης μαγνητικού πεδίου και ηλεκτρικού φορτίου.

Αργότερα (1820+) Faraday και Henry έδειξαν τη δημιουργία ηλεκτρικού πεδίου από μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο.

Μαγνητικό Πεδίο

Hans Christian Oersted (1777–1851) wikipedia

Το μαγνητικό πεδίο εξασκεί δύναμη F_b σε **κινούμενο** φορτίο q.

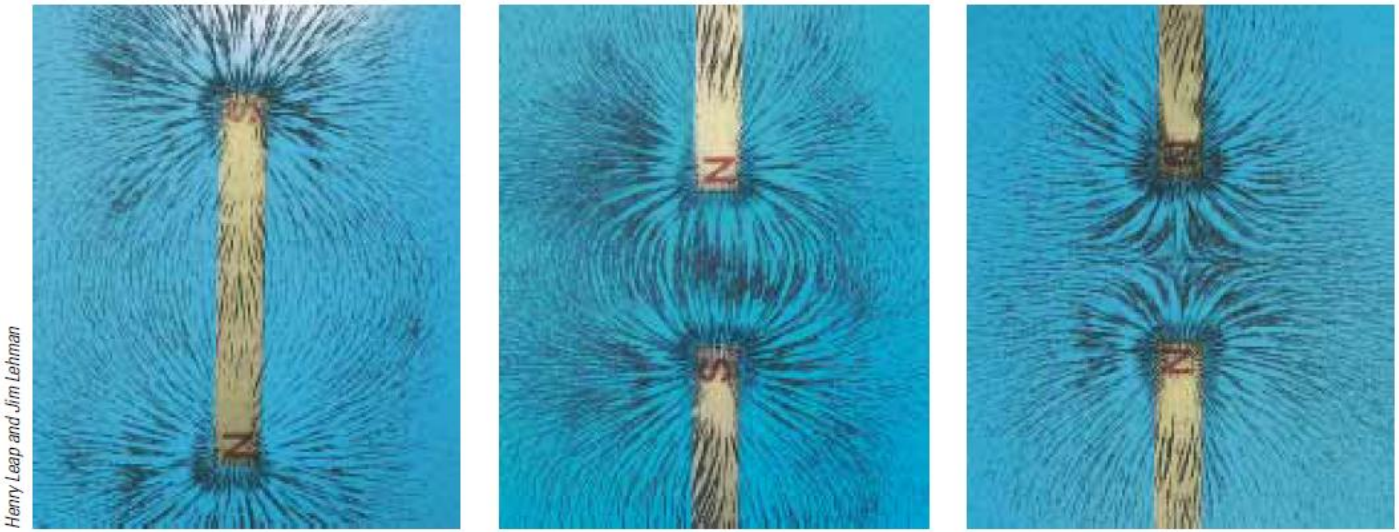
Η δύναμη είναι ανάλογη του φορτίου και της ταχύτητας $\vec{u}$ του φορτίου.

Η διεύθυνση της δύναμης εξαρτάται από τη διεύθυνση του πεδίου και τη διεύθυνση της ταχύτητας

Όταν η ταχύτητα είναι παράλληλη στις γραμμές του πεδίου, η δύναμη είναι 0.

Μαγνητικό Πεδίο

Hans Christian Oersted (1777–1851) wikipedia



(a) (b) (c)

Μαγνητικές Γραμμές

Μαγνητικό Πεδίο

Hans Christian Oersted (1777–1851)

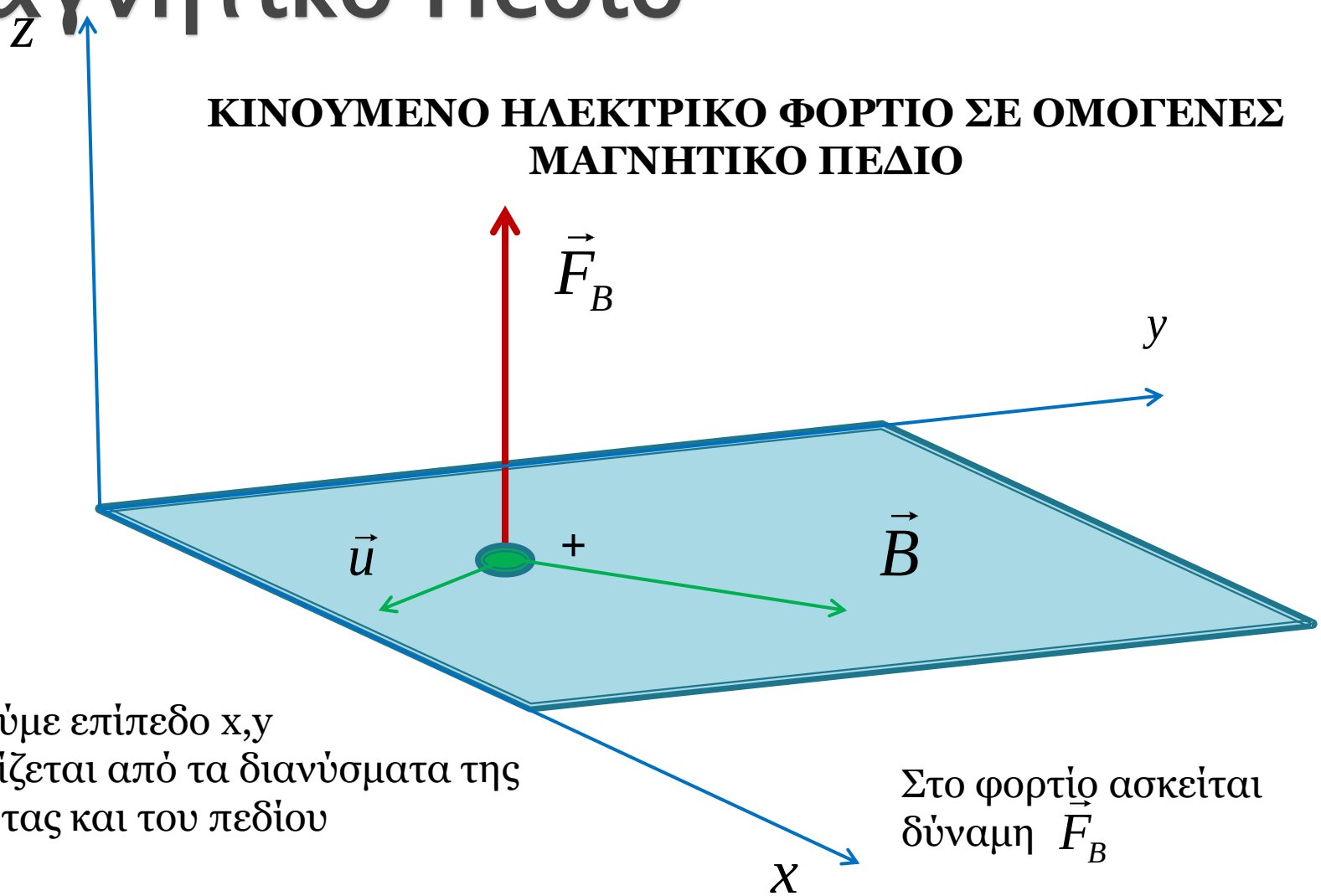
Η δύναμη που εξασκείται στο φορτίο είναι πάντα κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από το διάνυσμα της ταχύτητας $\vec{u}$ και των γραμμών του μαγνητικού πεδίου.

Η δύναμη στα θετικά φορτισμένα σωμάτια είναι αντίθετη στη δύναμη που εξασκείται σε αρνητικά φορτισμένα σωμάτια.

Το μέτρο της δύναμης που ασκείται σε σωμάτιο του οποίου το διάνυσμα της ταχύτητας είναι υπό γωνία θ με αυτό του πεδίου, είναι ανάλογο του $\sin\theta$

Μαγνητικό Πεδίο

ΚΙΝΟΥΜΕΝΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΦΟΡΤΙΟ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ



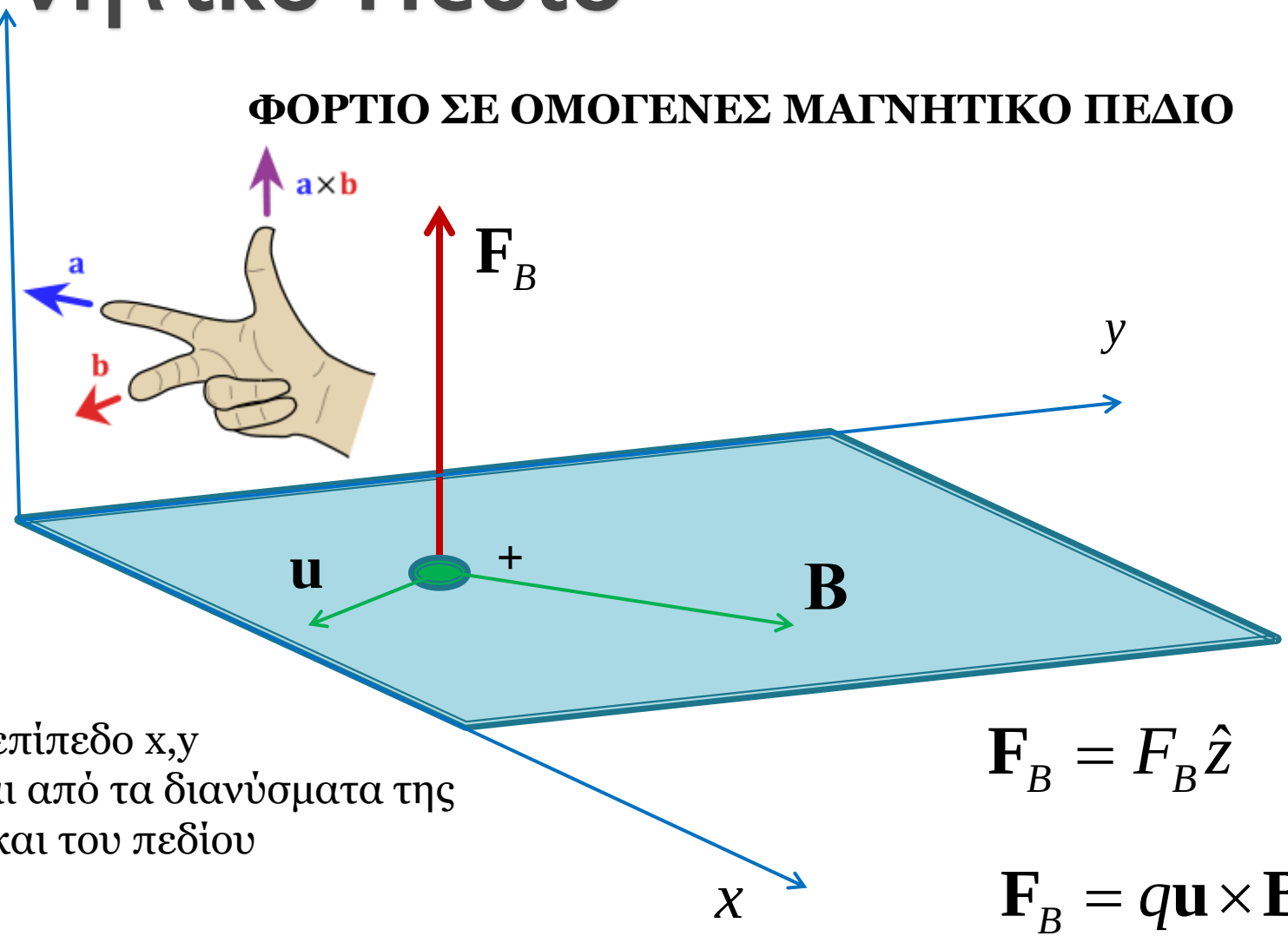
Θεωρούμε επίπεδο x,y
που ορίζεται από τα διανύσματα της ταχύτητας και του πεδίου

Στο φορτίο ασκείται δύναμη $\vec{F}_B$

Χρησιμοποιούμε τα έντονα γράμματα για να συμβολίσουμε διάνυσμα

Μαγνητικό Πεδίο

ΦΟΡΤΙΟ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ



Θεωρούμε επίπεδο x,y
που ορίζεται από τα διανύσματα της
ταχύτητας και του πεδίου

$$\mathbf{F}_B = F_B \hat{z}$$

$$\mathbf{F}_B = q\mathbf{u} \times \mathbf{B}$$

Μονάδες B Tesla (T) $Nt/\left(C \cdot \left(m/sec\right)\right)$

Μαγνητικό Πεδίο

Διαφορές Ηλεκτρικού και Μαγνητικού Πεδίου

Η δύναμη που εξασκείται στο φορτίο από ηλεκτρικό πεδίο είναι στη διεύθυνση του πεδίου ενώ στην περίπτωση του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετη σε αυτό.

Το ηλεκτρικό πεδίο ασκεί δύναμη σε φορτίο ανεξάρτητα από το αν το φορτίο κινείται ή όχι. Στην περίπτωση της δύναμης από μαγνητικό πεδίο, η δύναμη ασκείται μόνο εάν το φορτίο κινείται.

Καθώς η μαγνητική δύναμη είναι κάθετη στη διεύθυνση κίνησης του φορτίου, δεν παράγει έργο σε αντίθεση με την ηλεκτρική δύναμη.

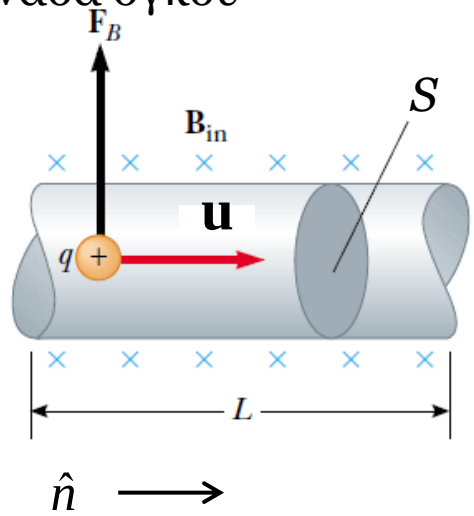
Μαγνητικό πεδίο που επενεργεί σε αγωγό

$$\mathbf{F}_B = q\mathbf{u} \times \mathbf{B}$$

Δύναμη σε μεμονωμένο φορτίο q

n : αριθμός φορτίων στη μονάδα όγκου

$$\mathbf{F}_B = \left(q\mathbf{u} \times \mathbf{B}\right) nSL$$



I : ηλεκτρικό ρεύμα λόγω κίνησης φορτίων

$$I = nquS \qquad \mathbf{F}_B = IL\hat{n} \times \mathbf{B}$$

⊗ Προς το επίπεδο του πίνακα

Από το επίπεδο του πίνακα ○

Μαγνητικό πεδίο που επενεργεί σε αγωγό

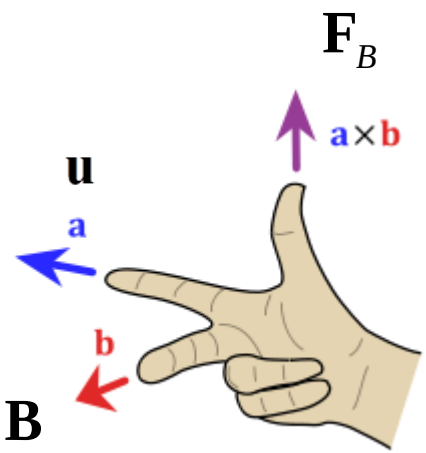
$$\nabla \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

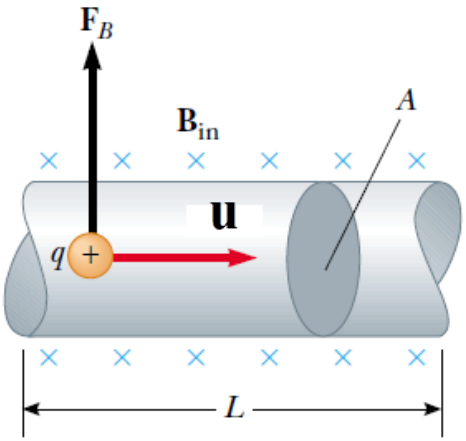
$$\mathbf{F}_1 \times \mathbf{F}_2 = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ F_{1x} & F_{1y} & F_{1z} \\ F_{2x} & F_{2y} & F_{2z} \end{vmatrix}$$

Μαγνητικό πεδίο που επενεργεί σε αγωγό

Κανόνας καθορισμού φοράς

$$\mathbf{F}_B = q\mathbf{u} \times \mathbf{B}$$

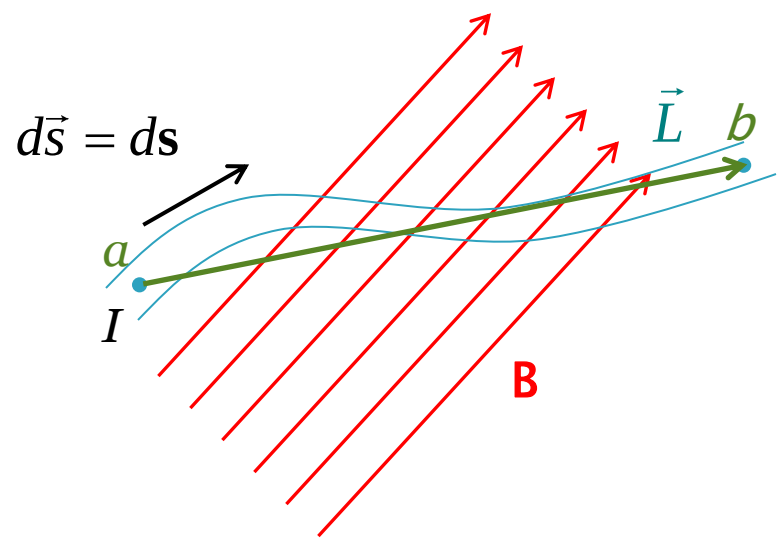




Μαγνητικό πεδίο που επενεργεί σε αγωγό

$$\mathbf{F}_B = IL\hat{n}\times\mathbf{B} \qquad d\mathbf{F}_B = Id\mathbf{s}\times\mathbf{B}$$

Αγωγός γενικής μορφής



$$\mathbf{F}_B = \int_a^b Id\mathbf{s}\times\mathbf{B}$$

$\mathbf{B}$ ομοιογενές

$$\mathbf{F}_B = I\left(\int_a^b d\mathbf{s}\right)\times\mathbf{B}$$

$$\mathbf{F}_B = I\mathbf{L}\times\mathbf{B}$$

Μαγνητική Δύναμη σε κλειστό αγωγό για ομοιογενές πεδίο :

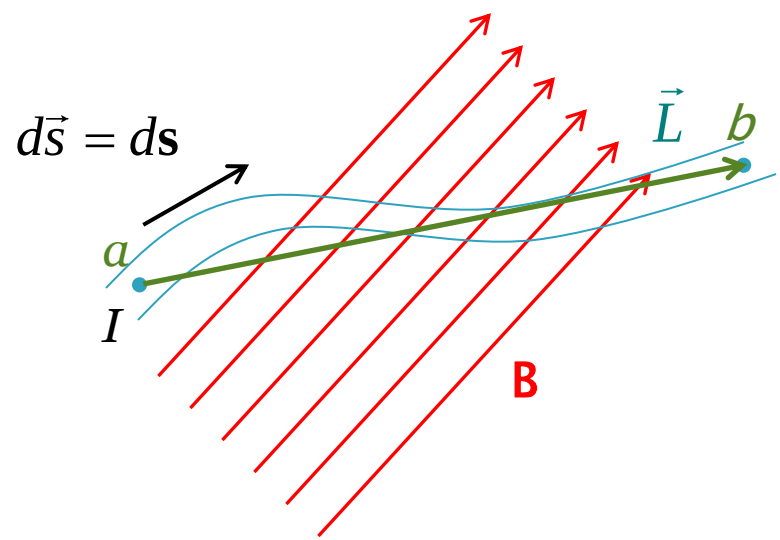
$$\mathbf{F}_B = I\left(\oint d\mathbf{s}\right)\times\mathbf{B}$$

Μαγνητικό πεδίο που επενεργεί σε αγωγό

Αγωγός γενικής μορφής

Μαγνητική Δύναμη σε κλειστό αγωγό για ομοιογενές πεδίο :

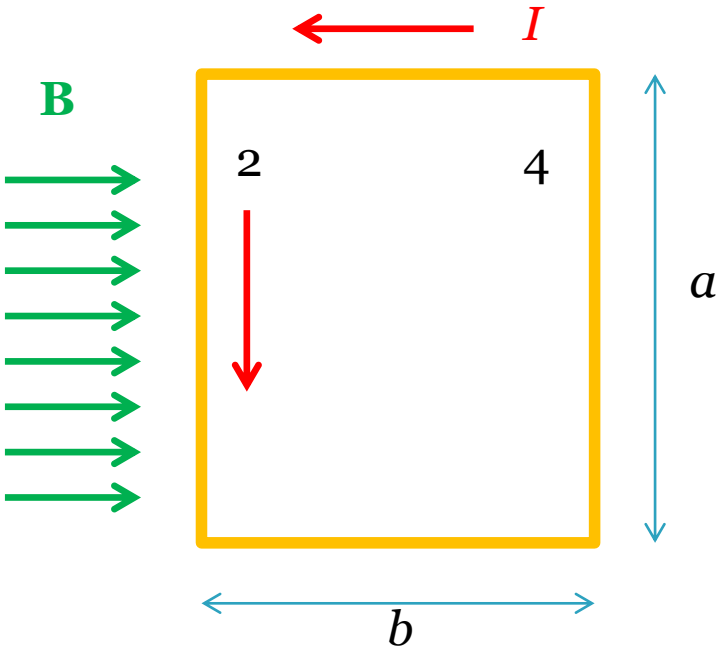
$$\mathbf{F}_B = I\left(\oint d\mathbf{s}\right)\times\mathbf{B} = 0$$



Μαγνητική Δύναμη σε κλειστό αγωγό για γενικό πεδίο

$$\mathbf{F}_B = I\left(\oint d\mathbf{s}\times\mathbf{B}\right)$$

Μαγνητική ροπή

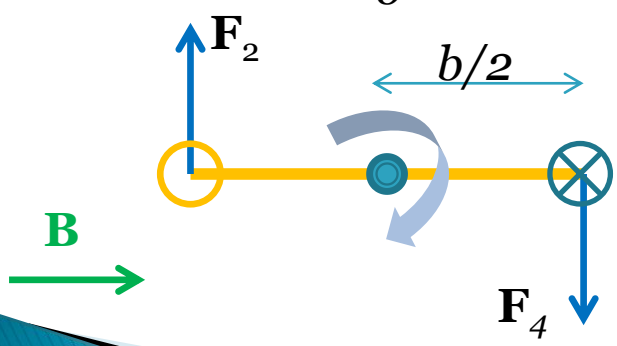


Ένας βρόγχος ρεύματος είναι ένα ***μαγνητικό δίπολο***

$$F_2 = F_4 = IaB$$

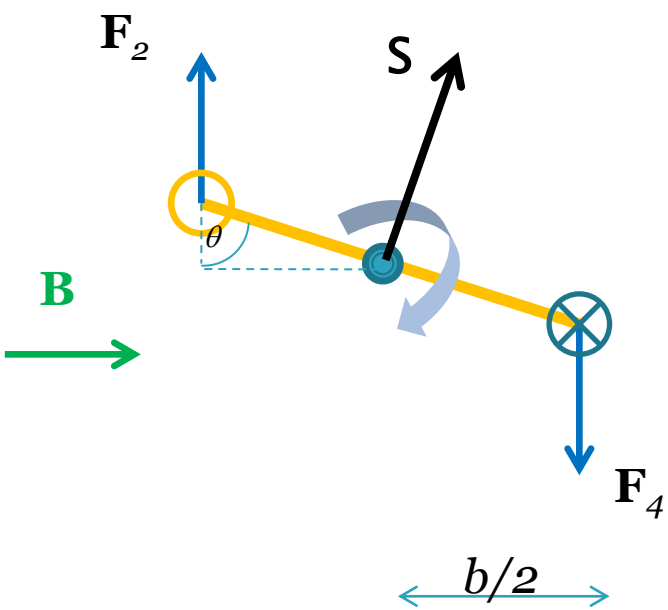
Μηχανική ροπή

$$\tau = F_2 \frac{b}{2} + F_4 \frac{b}{2} = IabB = ISB$$



Απεικόνιση του βρόγχου σε περιστροφή 90 ως προς το επίπεδο του πίνακα. Οι διευθύνσεις των ρευμάτων απεικονίζονται με τα σύμβολα ○ ⊗

Μαγνητική ροπή



$$F_2 = F_4 = IaB$$

$$\tau = F_2 \frac{b}{2}\sin\theta + F_4 \frac{b}{2}\sin\theta$$

$$\tau = IabB\sin\theta = ISB\sin\theta$$

$$\boldsymbol{\tau} = I\mathbf{S} \times \mathbf{B}$$

Μαγνητική διπολική ροπή $\boldsymbol{\mu} = I\mathbf{S}$

Μηχανική ροπή $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$

Μηχανική ροπή σε ένα πηνίο $\boldsymbol{\tau} = N_{coil}\boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B} = \boldsymbol{\mu}_{coil} \times \mathbf{B}$

Μαγνητική ροπή

$$\boldsymbol{\tau} = I\mathbf{S} \times \mathbf{B}$$

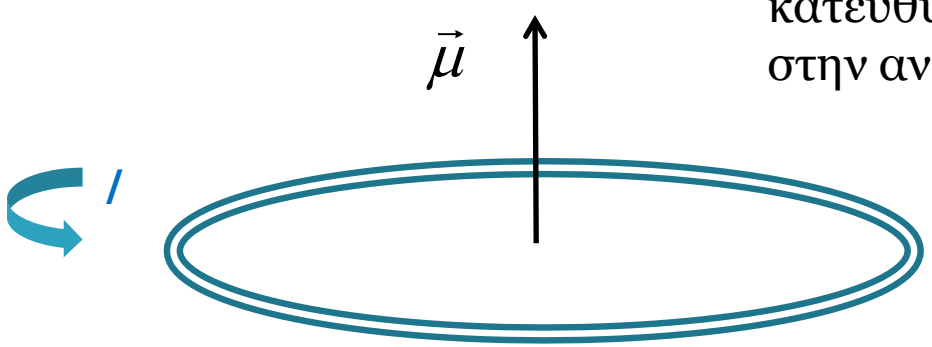
$$\boldsymbol{\mu} = I\mathbf{S}$$

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$$

Μαγνητική Δυναμική ενέργεια $U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$

$$\vec{S} = \mathbf{S}$$

Η δυναμική ενέργεια είναι ελάχιστη όταν **μ** και **B** είναι στην ίδια κατεύθυνση και μέγιστη όταν είναι στην αντίθετη



$$U_{\min} = -\mu \cdot B$$

$$U_{\max} = \mu \cdot B$$

Μαγνητική ροπή

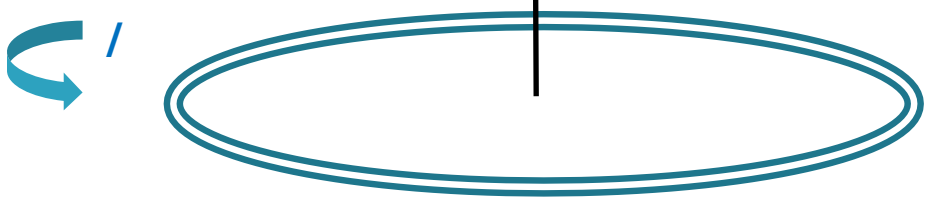
Σε ένα γενικό μαγνητικό πεδίο **B** τοποθετούμε ένα πλαίσιο μαγνητικής διπολικής ροπής **μ .** Τότε το δυναμικό παίρνει τη τιμή $U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$

Δύναμη : $\mathbf{F} = -\nabla U = -\nabla\left(-\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}\right) = \nabla(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B})$

$$\mathbf{F} = \left(\boldsymbol{\mu}\nabla\right)\mathbf{B} = \mu_x \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial x} + \mu_y \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial y} + \mu_z \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial z}$$

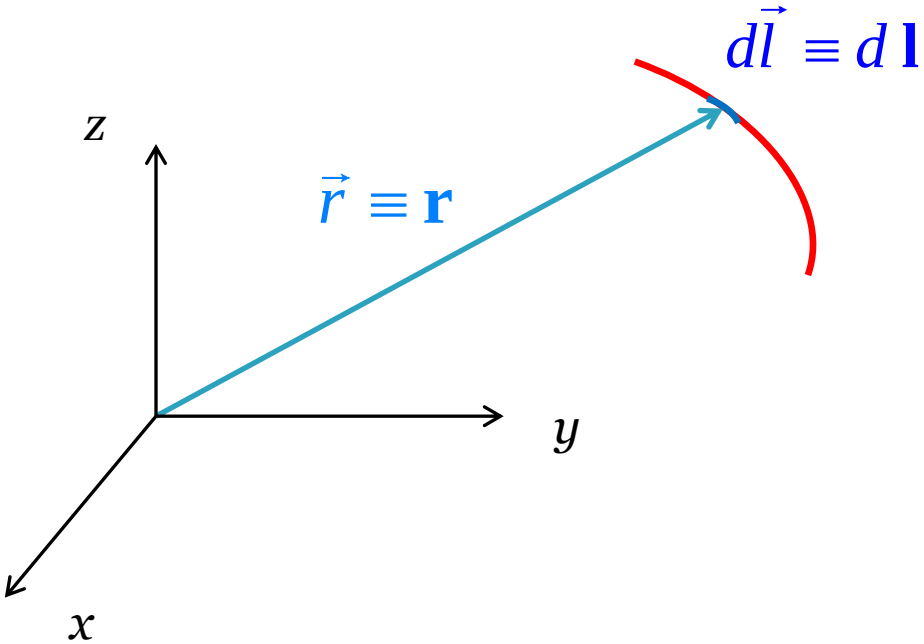
$\vec{\mu} \equiv \boldsymbol{\mu}$ $\vec{S} \equiv \mathbf{S}$

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$$



Μαγνητική ροπή

Για ένα γενικό αγωγό η σχέση που δίνει τη διπολική ροπή είναι :



$$\boldsymbol{\mu} = I\frac{1}{2}\oint \mathbf{r}\times d\mathbf{l}$$

Για ένα κλειστό αγωγό γενικού σχήματος

$$\frac{1}{2}\oint \mathbf{r}\times d\mathbf{l} = S\hat{n} = \mathbf{S}$$

$$\boldsymbol{\mu} = I\mathbf{S}$$

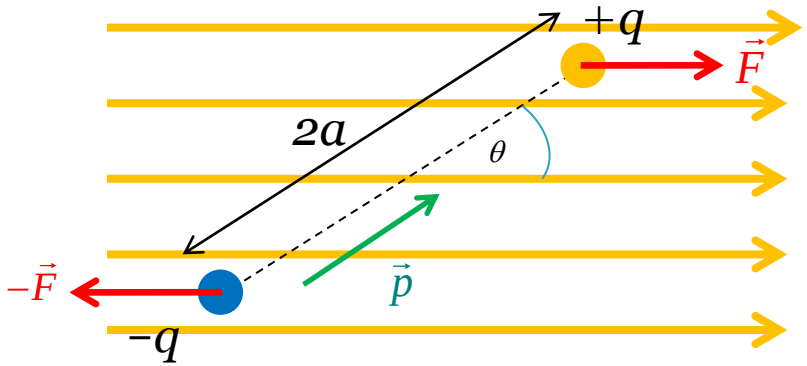
Μαγνητική Ροή

- Μπορεί να χρησιμοποιηθεί η έννοια του μαγνητικού δυναμικού για να περιγράψουμε το μαγνητικό πεδίο, όπως έγινε στην περίπτωση του ηλεκτρικού πεδίου ;

- Όχι διότι το μαγνητικό πεδίο και η μαγνητική δύναμη δεν είναι συντηρητικές ποσότητες. Η μαγνητική δύναμη εξαρτάται από την ταχύτητα του φορτίου που δεν είναι ιδιότητα του χώρου.

- Μαγνητική δυναμική ενέργεια ορίζεται μόνο για ένα μαγνητικό δίπολο μέσα σε μαγνητικό πεδίο, όπου η ροπή εξαρτάται μόνο από την θέση του μέσα στο χώρο του μαγνητικού πεδίου.

Ροπή ηλεκτρικού διπόλου



Ηλεκτρική διπολική ροπή $p = 2aq$

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Μηχανική ροπή

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$$

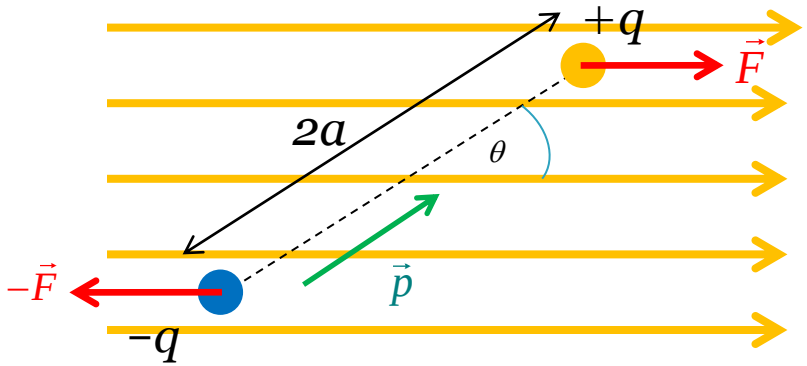
Δυναμική ενέργεια διπόλου σε ηλεκτρικό πεδίο

$$U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$$

Δυναμική ενέργεια μαγνητικού διπόλου σε μαγνητικό πεδίο

$$U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$$

Ροπή ηλεκτρικού διπόλου



Μεταβολή δυναμικής ενέργειας

$$U_f - U_i = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta = \int_{\theta_i}^{\theta_f} pE\sin\theta d\theta = pE\int_{\theta_i}^{\theta_f} \sin\theta d\theta =$$

$$= pE\left[-\cos\theta\right]_{\theta_i}^{\theta_f} = pE\left(\cos\theta_i - \cos\theta_f\right)$$

Για αρχική ενέργεια για $\theta_i = 90^o = 0$

$$U = -pE\cos\theta_f$$

Η δυναμική ενέργεια είναι ελάχιστη όταν **p** και **E** είναι στην ίδια κατεύθυνση και μέγιστη όταν είναι στην αντίθετη

$$U = -\mathbf{p}\cdot\mathbf{E}$$