ΦΥΣΙΚΗ ΙΙ

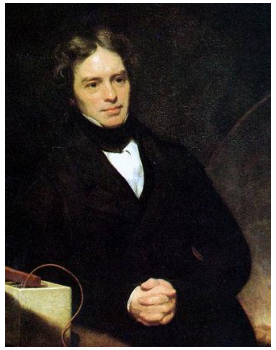
2021-2022

Διάλεξη 9

Ηλεκτρομαγνητική Επαγωγή

Μιχάλης Ταρουδάκης

Νόμος Faraday



Michael Faraday
(1791–1867)
Wikipedia

Joseph Henry
(1797–1878)
Wikipedia

Μέχρι τώρα αναφερθήκαμε σε ηλεκτρικά πεδία που δημιουργούνται από ακίνητα φορτία και μαγνητικά πεδία που δημιουργούνται από κινούμενα φορτία

Faraday και Henry παρατήρησαν ότι μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο μπορεί να επάγει ΗΕΔ σε ένα κύκλωμα.

Αντίθετα, σταθερό μαγνητικό πεδίο δεν μπορεί να παράγει ρεύμα.

Κίνηση αγωγού σε μη ομογενές μαγνητικό πεδίο επάγει ρεύμα.

Η διεύθυνση του ρεύματος εξαρτάται από τη φορά μεταβολής του μαγνητικού πεδίου.

Νόμος Faraday

Ηλεκτρεγερτική Δύναμη Επαγωγής (ΗΕΔ – EMF)

Για να δημιουργηθεί ΗΕΔ θα πρέπει να υπάρχει μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από ένα βρόχο

$$\varepsilon = -\frac{\partial \Phi_{\mathrm{B}}}{\partial t}$$

$$\Phi_{\mathrm{B}} = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

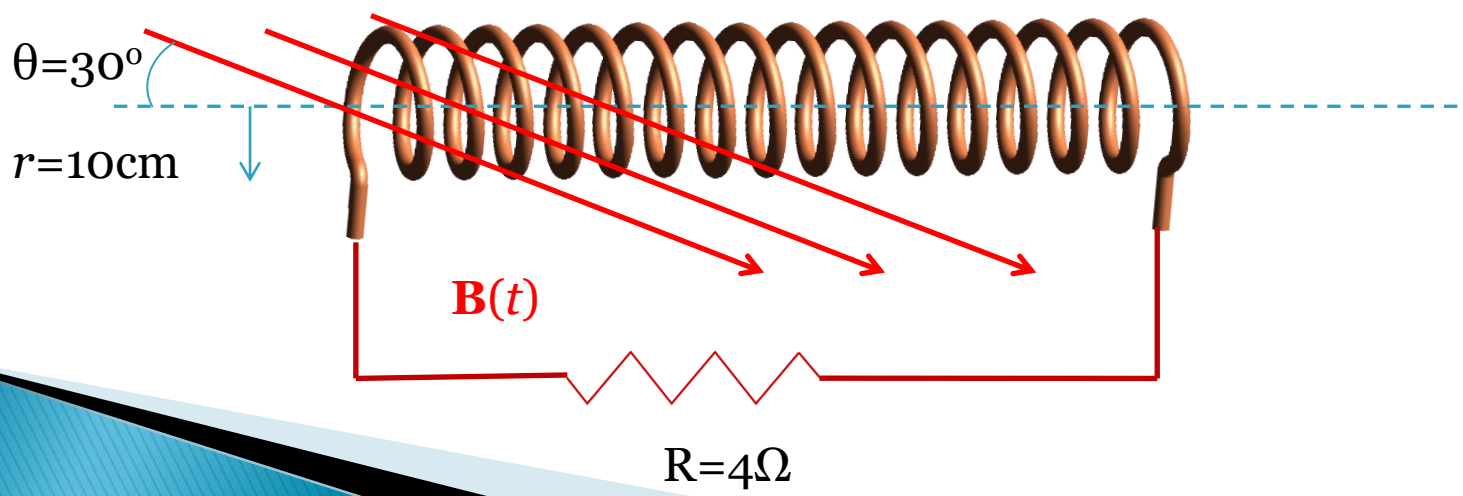
N βρόχοι σε σειρά (πηνίο)

$$\varepsilon = -N\frac{\partial \Phi_{\mathrm{B}}}{\partial t}$$

Νόμος Faraday

Ένα απλό παράδειγμα

Πηνίο αποτελείται από 100 σπείρες κάθε μία από τις οποίες είναι κυκλικού σχήματος, ακτίνας 10 cm. Μαγνητικό πεδίο, υπό γωνία 30° ως προς την επιφάνεια της σπείρας μεταβάλλεται με ρυθμό που δίδεται από μία σχέση της μορφής $B=at^2+c$ από 0. T σε 1 T σε 1 sec. Βρείτε την επαγόμενη ΗΕΔ δύναμη μετά από 1 sec. Εάν το πηνίο συνδεθεί σε κύκλωμα αντίστασης 4 Ω, πόσο είναι το ρεύμα που το διαρρέει ;



Νόμος Faraday

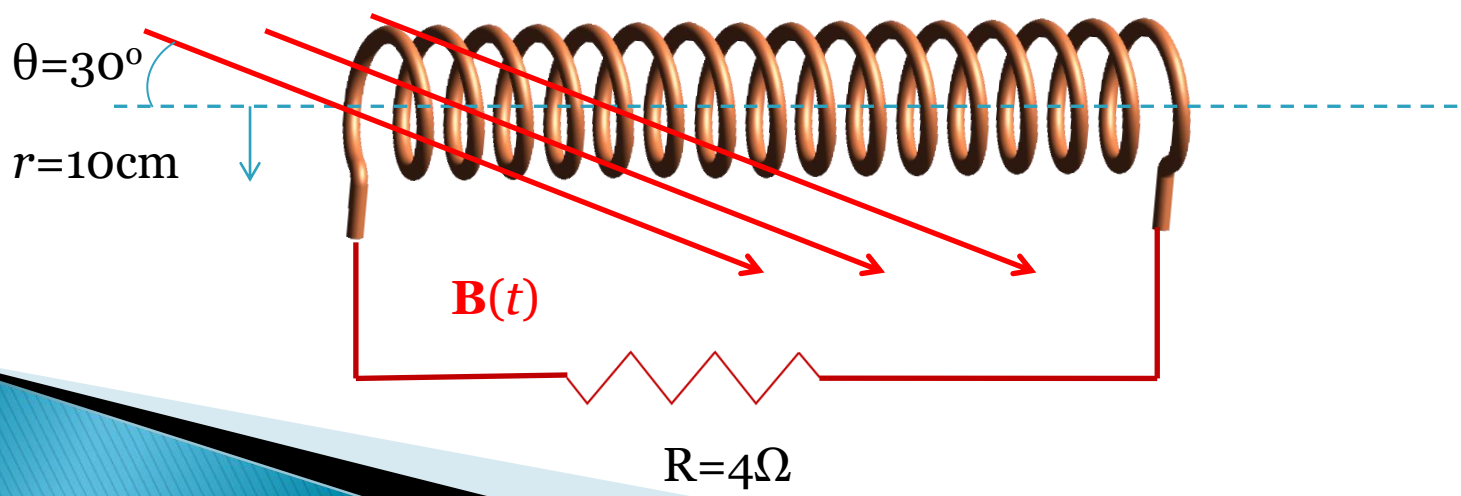
Ένα απλό παράδειγμα

$$\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S} = BS\cos\theta = B\pi r^2 \cos 30^0 = 0.0272B$$

$$B = at^2 + c$$

$$t = 0, \quad B = 0 \quad \Rightarrow c = 0$$

$$t = 1, \quad B = 1 \quad \Rightarrow a = 1$$



Νόμος Faraday

Ένα απλό παράδειγμα

$$|\varepsilon| = \left| -N \frac{\partial \Phi_{\text{B}}}{\partial t} \right| = \left| -100 \frac{\partial}{\partial t} \left(0.0272 B \right) \right| = \left| -2.72 \frac{\partial B}{\partial t} \right|$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = 2at = 2t$$

$$|\varepsilon| = 5.44t = 5.44, \qquad t = 1$$

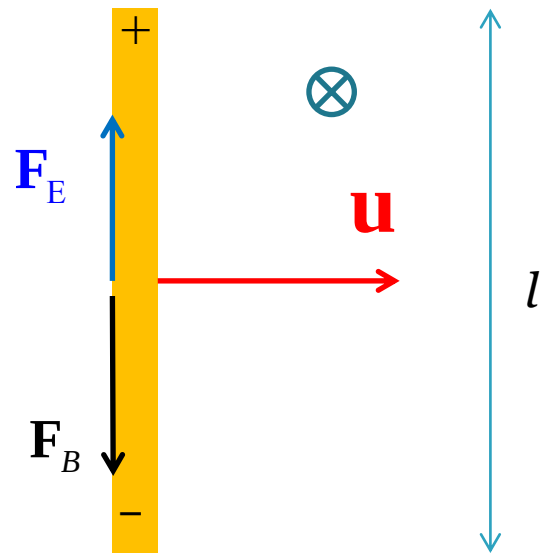
$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{5.44}{4} = 1.36\ A$$

Νόμος Faraday

ΗΕΔ λόγω κίνησης αγωγού

Δύναμη που ασκείται στα φορτία (ηλεκτρόνια) του αγωγού

$$\mathbf{F}_B = q\mathbf{u} \times \mathbf{B}$$



Δημιουργείται ηλεκτρικό πεδίο $\mathbf{E}$

$$\mathbf{F}_E = q\mathbf{E}$$

Ισορροπία $F_B = F_E$ $\quad qE = quB$

$$E = uB$$

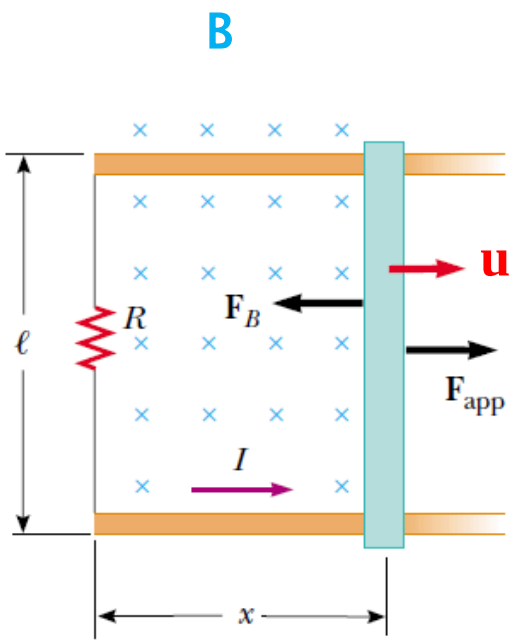
$$\varepsilon = \Delta V = El = ulB$$

Η διαφορά δυναμικού διατηρείται όσο διαρκεί η κίνηση του αγωγού

$$q\mathbf{E} = q\mathbf{u} \times \mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{E} = \mathbf{u} \times \mathbf{B}$$

Νόμος Faraday

Εφαρμογή 1



Ράβδος μήκους *l* ολισθαίνει κατά μήκος δύο παράλληλων αγωγών

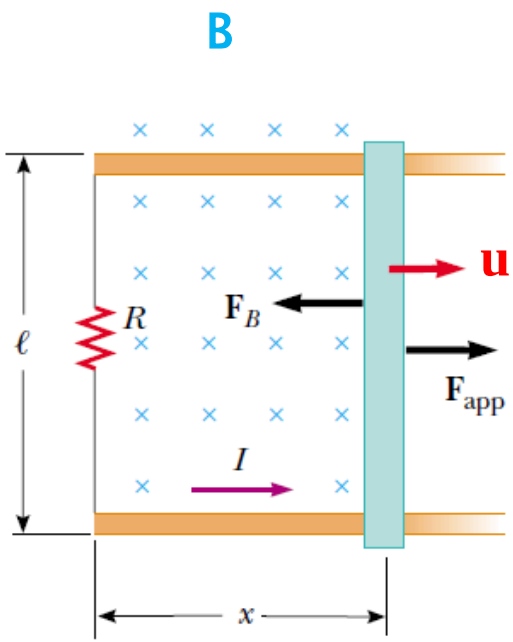
Μηδενική αντίσταση ράβδου

Δημιουργία ηλεκτρεγερτικής δύναμης

Στο κλειστό κύκλωμα επάγεται ρεύμα

Νόμος Faraday

Εφαρμογή 1



$$\Phi_B = Blx$$

$$\varepsilon = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -Bl\frac{dx}{dt} = -Blu$$

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{Blu}{R}$$

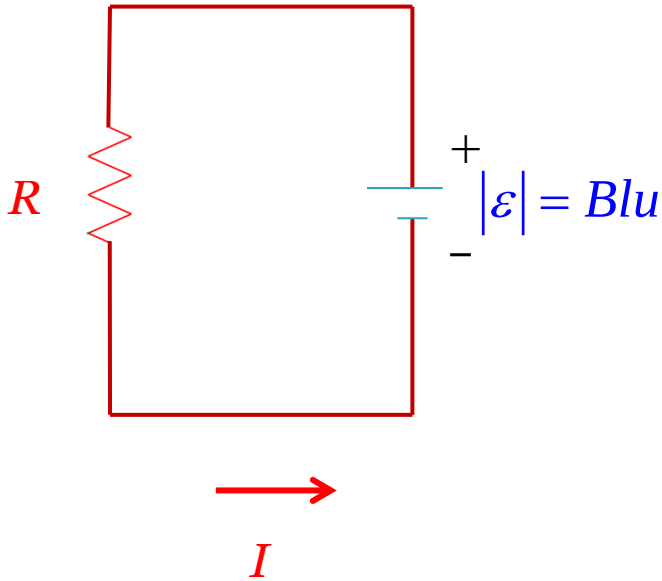
Ενεργειακό ισοζύγιο

$$F_B = F_{app} \qquad F_B = IlB$$

$$P = F_{app}u = (IlB)u = \frac{B^2l^2u^2}{R} = \frac{\varepsilon^2}{R} = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

Νόμος Faraday

Εφαρμογή 1



$$\Phi_B = Blx$$

$$\varepsilon = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -Bl\frac{dx}{dt} = -Blu$$

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{Blu}{R}$$

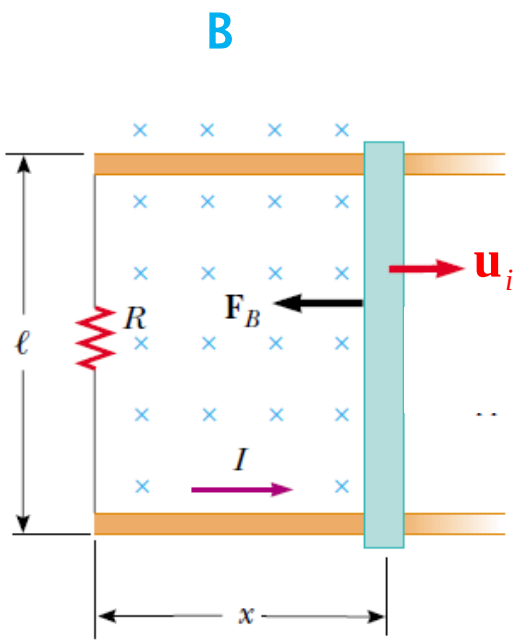
Ενεργειακό ισοζύγιο

$$F_B = F_{app} \qquad F_B = IlB$$

$$P_{res} = F_{app}u = (IlB)u = \frac{B^2l^2u^2}{R} = \frac{\varepsilon^2}{R} = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

Νόμος Faraday

Εφαρμογή 2



Η ράβδος έχει μάζα m

Προσδίδεται αρχική ταχύτητα $\mathbf{u}_i$

Πως εξελίσσεται η ταχύτητα συναρτήσει του χρόνου ;

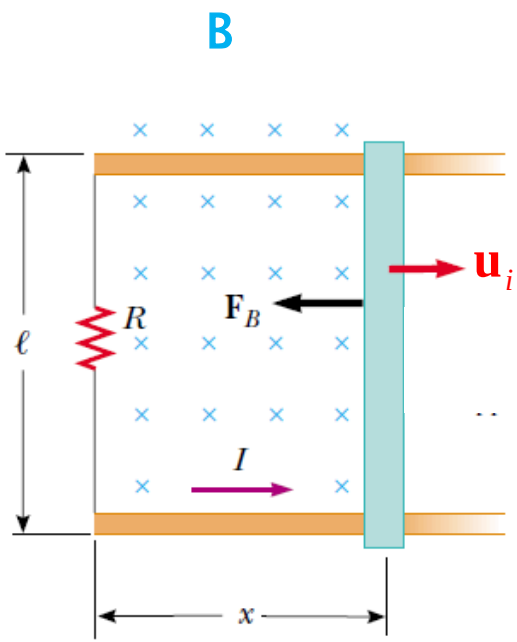
Ασκείται δύναμη που εναντιώνεται στην κίνηση της ράβδου

Ενεργειακό ισοζύγιο

Η εσωτερική ενέργεια στον αντιστάτη πρέπει να είναι ίση με την ενέργεια που χάνεται από το σύστημα λόγω της παραγωγής ηλεκτρικής ενεργειας

Νόμος Faraday

Εφαρμογή 2



Η ράβδος έχει μάζα m

Προσδίδεται αρχική ταχύτητα $\mathbf{u}_i$

Πως εξελίσσεται η ταχύτητα συναρτήσει του χρόνου ;

Ασκείται δύναμη που εναντιώνεται στην κίνηση της ράβδου

Ενεργειακό ισοζύγιο

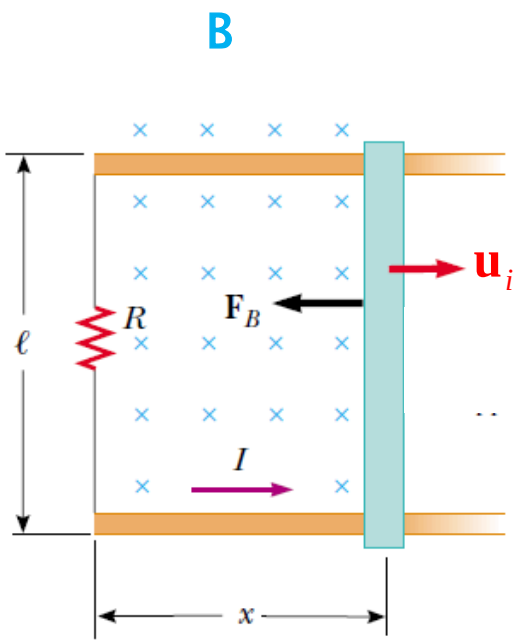
$$P_{res} = -P_b$$

$$P_{res} = I^2 R = \frac{B^2 l^2 u^2}{R}$$

$$P_b = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} m u^2\right)$$

Νόμος Faraday

Εφαρμογή 2



$$P_{res} = -P_b \qquad P_b = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mu^2\right)$$

$$\frac{B^2 l^2 u^2}{R} = -mu\frac{du}{dt}$$

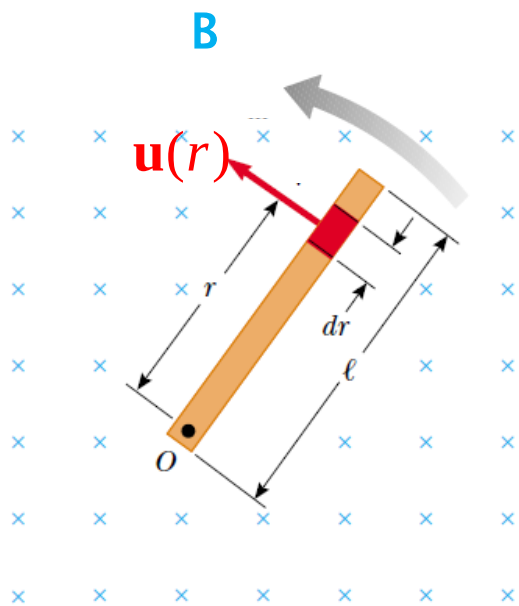
$$-\left(\frac{B^2 l^2}{mR}\right)dt = \frac{du}{u}$$

$$-\left(\frac{B^2 l^2}{mR}\right)\int_0^t dt = \int_{u_i}^{u}\frac{du}{u}$$

$$-\left(\frac{B^2 l^2}{mR}\right)t = \ln\left(\frac{u}{u_i}\right) \longrightarrow u(t) = u_i e^{-t/\tau} \qquad \tau^{-1} = \left(\frac{B^2 l^2}{mR}\right)$$

Νόμος Faraday

Εφαρμογή 3



Η ράβδος περιστρέφεται γύρω από το ο με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω

Να βρεθεί η ΗΕΔ δύναμη

Νομος Faraday

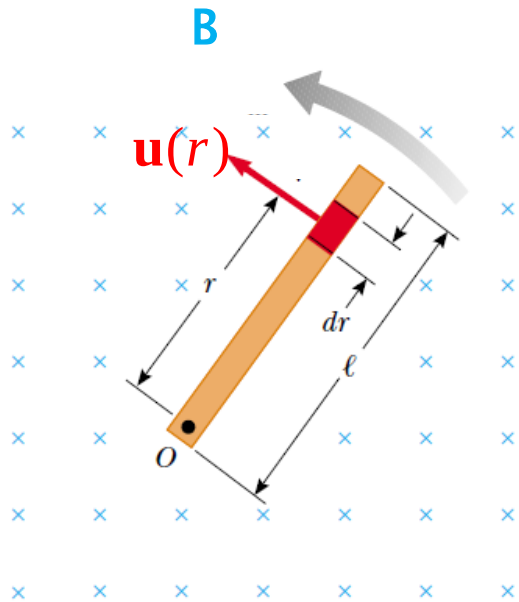
$$\varepsilon = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -Blu$$

Εφαρμογή στο *dr*

$$d\varepsilon = -u(r)Bdr$$

Νόμος Faraday

Εφαρμογή 3



$$d\varepsilon = -u(r)Bdr$$

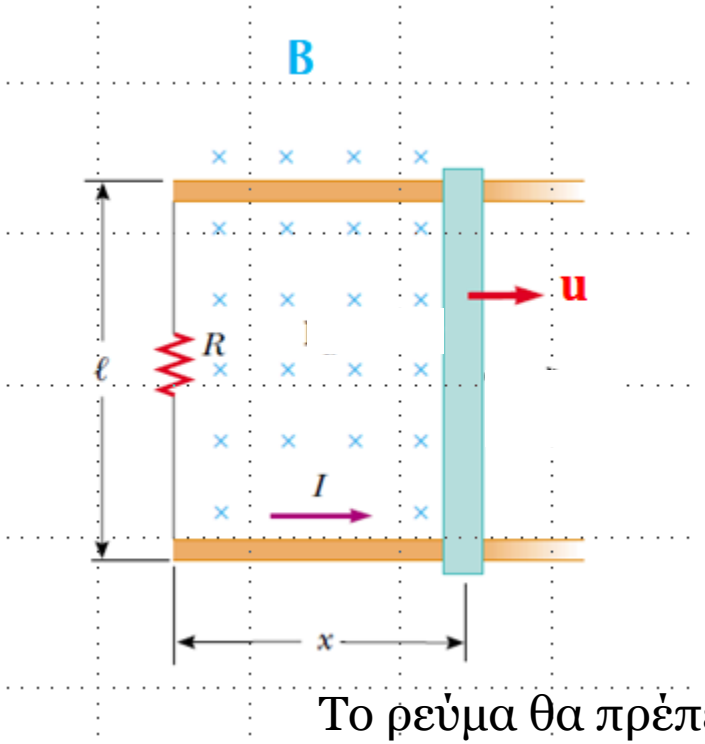
Η εφαπτομενική ταχύτητα είναι συνάρτηση της απόστασης από το κέντρο

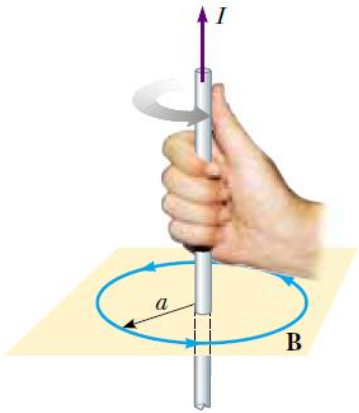
$$u(r) = r\omega$$

$$\varepsilon = -\int_0^l Bu(r)dr = -B\omega\int_0^l rdr = -\frac{1}{2}B\omega r^2$$

Νόμος Lenz

Το επαγόμενο ρεύμα σε ένα βρόχο είναι προς την κατεύθυνση που παράγει μαγνητικό πεδίο που αντιστέκεται στη μεταβολή της μαγνητικής ροής στην επιφάνεια του βρόχου





Το ρεύμα θα πρέπει να είναι τέτοιο που να μειώνει το αρχικό μαγνητικό πεδίο

Ηλεκτρικά πεδία από επαγωγή

Μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο στο χώρο ανεξάρτητα από την ύπαρξη αγωγού

Το πεδίο αυτό είναι μη συντηρητικό

$$\varepsilon = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} \qquad \varepsilon = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

$$\boxed{\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}}$$

Γενική μορφή του Νόμου Faraday

$$\mathbf{E} = \mathbf{u} \times \mathbf{B}$$

$$\varepsilon = \oint \mathbf{u} \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} \qquad \oint \mathbf{u} \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$$

Ηλεκτρικά πεδία από επαγωγή

Κίνηση πλαισίου σε μαγνητικό πεδίο

$$\mathbf{E} = \mathbf{u} \times \mathbf{B}$$

$$\varepsilon = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \qquad \varepsilon = \oint \mathbf{u} \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial \Phi_{\mathrm{B}}}{\partial t}$$

Νόμος Faraday σε γενική διατύπωση

Ακίνητο πλαίσιο και μεταβολή μαγνητικού πεδίου

$$\varepsilon = -\frac{\partial \Phi_{\mathrm{B}}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = -\oint \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

Νόμος Faraday

Κίνηση πλαισίου και μεταβολή μαγνητικού πεδίου

$$\varepsilon = -\frac{\partial \Phi_{\mathrm{B}}}{\partial t} = -\oint \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} + \oint \mathbf{u} \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$$

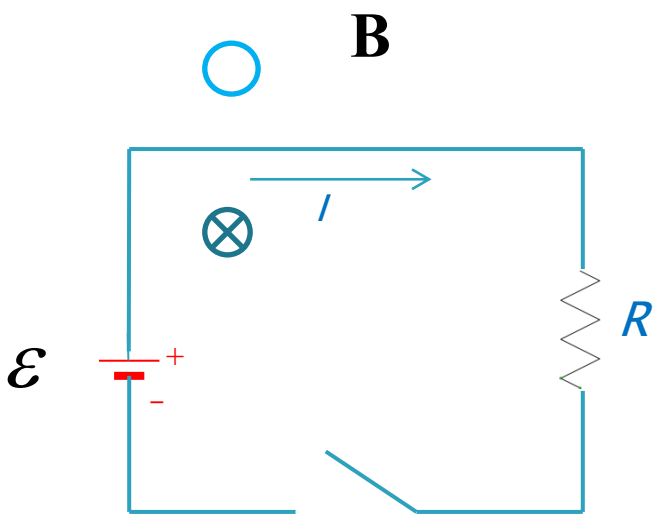
Αυτεπαγωγή

Φαινόμενο αυτεπαγωγής :

Σε ένα πλαίσιο, μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό ρεύμα δημιουργεί μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο επομένως μεταβολή της μαγνητικής ροής διαμέσου του πλαισίου και συνεπώς εμφάνιση ΗΕΔ εξ επαγωγής

Η παρουσία χρονικά μεταβαλλόμενου ρεύματος σε ένα κύκλωμα επάγει ΗΕΔ αντίθετη προς την ΗΕΔ από την οποία προκλήθηκε το χρονικά μεταβαλλόμενο ρεύμα.

Αυτεπαγωγή



Με το κλείσιμο του διακόπτη το ρεύμα δεν μεταβαίνει απότομα στην μέγιστη τιμή του που είναι $\frac{\varepsilon}{R}$

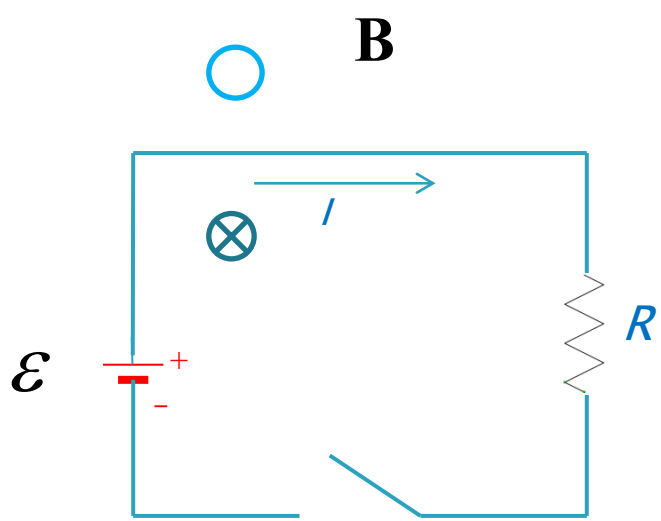
Η μεταβολή του ρεύματος δημιουργεί μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο και επομένως αύξηση της μαγνητικής ροής

Από το νόμο του Faraday θα δημιουργηθεί ΗΕΔ εξ' επαγωγής που θα έχει την τάση να μειώσει το επαγόμενο μαγνητικό πεδίο.

Φαινόμενο αυτεπαγωγής

Αυτοεπαγώμενη Δύναμη ή ΗΕΔ από αυτεπαγωγή

Αυτεπαγωγή



ΗΕΔ από αυτεπαγωγή

$$\varepsilon_{dL}$$

$$\varepsilon_{dL} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} \sim \frac{dI}{dt}$$

$$\varepsilon_{dL} = -L\frac{dI}{dt}$$

L : Συντελεστής αυτεπαγωγής (inductance)

1 Henry (H)= 1Vsec/A

Αυτεπαγωγή

Για ένα πηνίο με N σπείρες σε κάθε μία από τις οποίες περνά η ίδια μαγνητική ροή

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi_{\mathrm{B}}}{dt}$$

$$\varepsilon_{dL} = -L\frac{dI}{dt} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$L = \frac{N\Phi_{\mathrm{B}}}{I}$$

$$L = -\frac{\varepsilon_{dL}}{dI/dt}$$

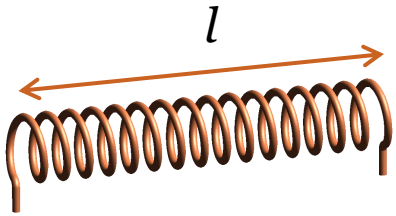
Αυτεπαγωγή Σωληνοειδούς

Ιδανικό σωληνοειδές μήκους l με επιφάνεια σπείρας S και αριθμό σπειρών N

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = Bl$$

Από Νόμο Ampere : $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = Bl = \mu_0 NI$

$$n = \frac{N}{l} \qquad B = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{N}{l} I$$



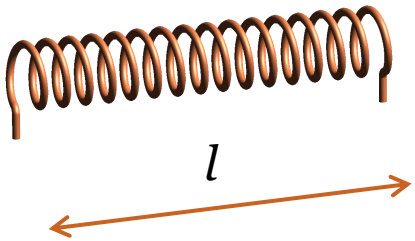
$$\Phi_B = BS = \mu_0 \frac{NS}{l} I$$

$$\varepsilon_{dL} = -N \frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -N \mu_0 nS \frac{dI}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

Αυτεπαγωγή Σωληνοειδούς

Ιδανικό σωληνοειδές μήκους l με επιφάνεια σπείρας S και αριθμό σπειρών N

$$n = \frac{N}{l}$$



$$L = Nn\mu_0 S = \frac{\mu_0 N^2 S}{l} = \frac{\mu_0 (nl)^2 S}{l}$$

$$L = \mu_0 n^2 S l = \mu_0 n^2 V$$

V: Εσωτερικός Όγκος