Πανεπιστήμιο Κρήτης
Τμήμα Μαθηματικών και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών

Κυματική Διάδοση

16η διάλεξη
2ο μέρος

Φυσική Εξασθένηση

Η ακουστική ενέργεια διαδίδεται με απώλειες που οφείλονται σε μετατροπή ακουστικής ενέργειας σε άλλες μορφές

Βασικός μηχανισμός φυσικής εξασθένησης (απορρόφησης) στο νερό: Συνεκτικότητα (Viscosity)

Στα θαλασσινά ιζήματα, οι μηχανισμοί είναι περισσότερο περίπλοκοι

Φυσική Εξασθένηση

Η πλήρης αντιμετώπιση θα ήταν με εξαγωγή της ακουστικής εξίσωσης που θα λαμβάνει υπ΄ όψιν τους μηχανισμούς αυτούς.

Στην πράξη οι μηχανισμοί αυτοί λαμβάνονται υπ’ όψιν με προσεγγιστικές θεωρήσεις με βάση την ακουστική εξίσωση που έχει παραχθεί για την περίπτωση της διατήρησης της ενέργειας.

Παρατήρηση : Η απώλεια ενέργειας που ισοδυναμεί με μείωση της ακουστικής πίεσης εξαρτάται από την πίεση

Συντελεστής απορρόφησης

$$\frac{d|p|}{dx} = -a_e |p|$$

$$p = A' \exp\left(i(kx - \omega t)\right)$$ Επίπεδα κύματα

$$|p_0| = A$$

$$A' = |p| = |p_0| \exp[-a_e x] \Rightarrow |p| = A \exp[-a_e x]$$

$$\boxed{p = A \exp[-a_e x] \exp i(kx - \omega t)}$$

$$|p| = |p_0| \frac{r_0}{r}$$

Σφαιρικά κύματα

$$|p| = |p_0| \frac{r_0}{r} \exp[-a_e (r - r_0)]$$

$$p(r,t) = \frac{A'}{r} \exp i(kr - \omega t)$$

$$p(r,t) = \frac{A}{r}\exp i(kr - \omega t)$$ Χωρίς φυσική εξασθένηση

$$p(r,t) = \frac{A}{r}\exp[-a_e(r - r_0)]\exp\left[i(kr - \omega t)\right]$$

για $r >> r_0$

$$\boxed{p(r,t) = \frac{A}{r}\exp[-a_e r]\exp\left[i(kr - \omega t)\right]}$$

a_e m^{-1} ή nep/m

$$p(r,t) = \frac{A}{r}\exp[-a_e r]\exp\left[i(kr - \omega t)\right]$$

$$k_c = k + ia_e \qquad\qquad k = \frac{\omega}{c} \equiv k_0$$

$$p(r,t) = \frac{A}{r}\exp i(k_c r - \omega t)$$ Σφαιρικά

$$p(x,t) = A\exp i(k_c x - \omega t)$$ Επίπεδα

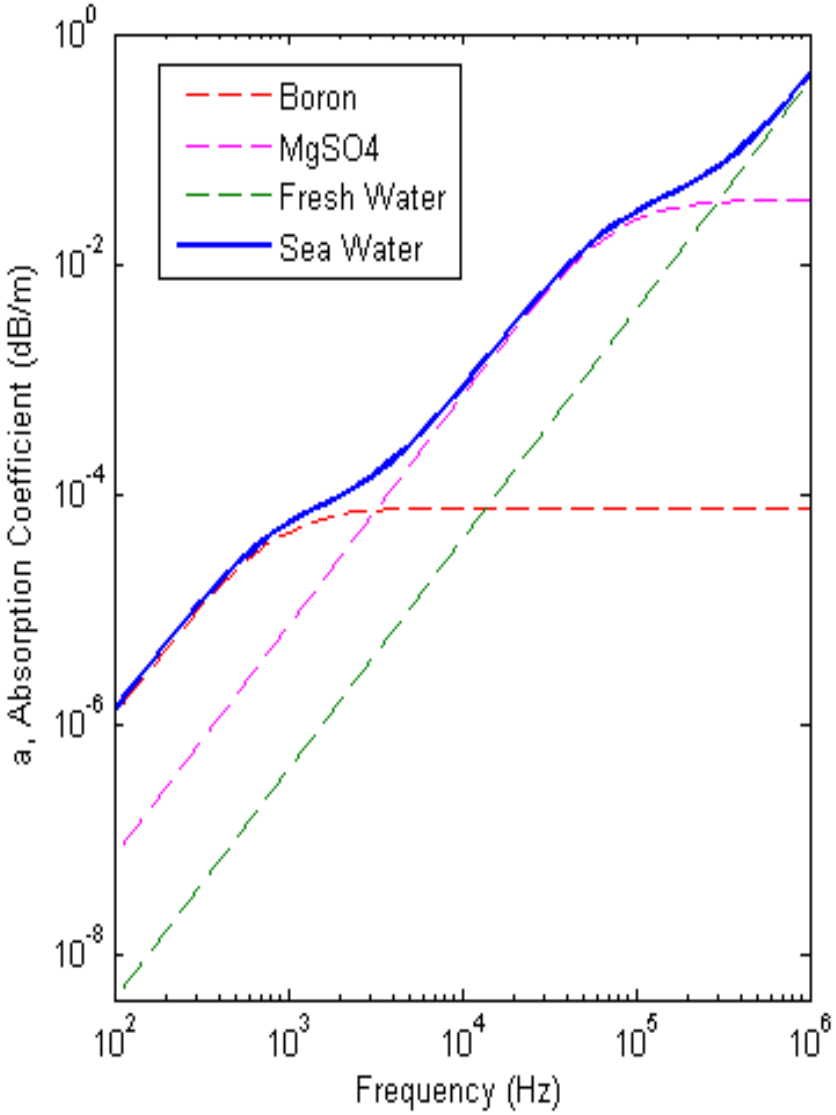
$$TL = 20\log_{10}\left|\frac{p_i}{p}\right| \qquad |p| = |p_i|\exp[-a_e \Delta x] \qquad \Delta x \simeq x$$

$$TL = 20\log_{10}\left|\frac{p_i}{p}\right| = a_e x(20\log_{10} e) = 8,686 a_e x$$

$$a = 8,686\, a_e \qquad \mathrm{dB}/m$$

$$k_c = k + i a_e = \frac{\omega}{c_c}$$

$$c_c = \frac{\omega}{k_c} = \frac{\omega}{k + i a_e}$$ Μιγαδική ταχύτητα διάδοσης



Fisher and Simmons (1977)

Απορρόφηση στα θαλασσινά ιζήματα

Είδος Ιζήματος	Πυκνότητα (kg/m³)	Ταχύτητες (m/sec)		α_p [dB/(m·kHz)]
		c_p	c_s	
Χονδρή άμμος	2030	1850	250	0,47
Μέση άμμος	1980	1750	250	0,5
Λεπτή άμμος	1970	1740	200	0,51
Πηλούχος άμμος	1830	1677	450	0,69
Αμμώδης πηλός	1650	1550	370	0,3-0,76
Πηλός	1600	1600	270	0,24-0,68
Άμμος άργιλος πηλός	1500	1578	400	0,11
Αργιλούχος πηλός	1420	1530	300	0,08
Πηλούχος άργιλος	1400	1520	240	0,07
Άργιλος	1280	1490	180	0,06

Για τη λύση με ανάπτυξη σε σειρά ιδιοσυναρτήσεων

Αναφορά σε περιβάλλον χωρίς φυσικές απώλειες (περιβάλλον αναφοράς 0)

Θεωρία διαταραχών

$$k(z) = k_0(z) + \varepsilon k_1(z)$$

$$u_n(z) = u_{n,0}(z) + \varepsilon u_{n,1}(z)$$

$$\kappa_n = \kappa_{n,0} + \varepsilon \kappa_{n,1} \qquad \kappa_n = \sqrt{\lambda_n}$$

$$k_c = k + ia_e = k + ik_a \qquad k_a \equiv a_e$$

Για τη λύση με ανάπτυξη σε σειρά ιδιοσυναρτήσεων

Αναφορά σε περιβάλλον χωρίς φυσικές απώλειες (περιβάλλον αναφοράς 0)

Θεωρία διαταραχών

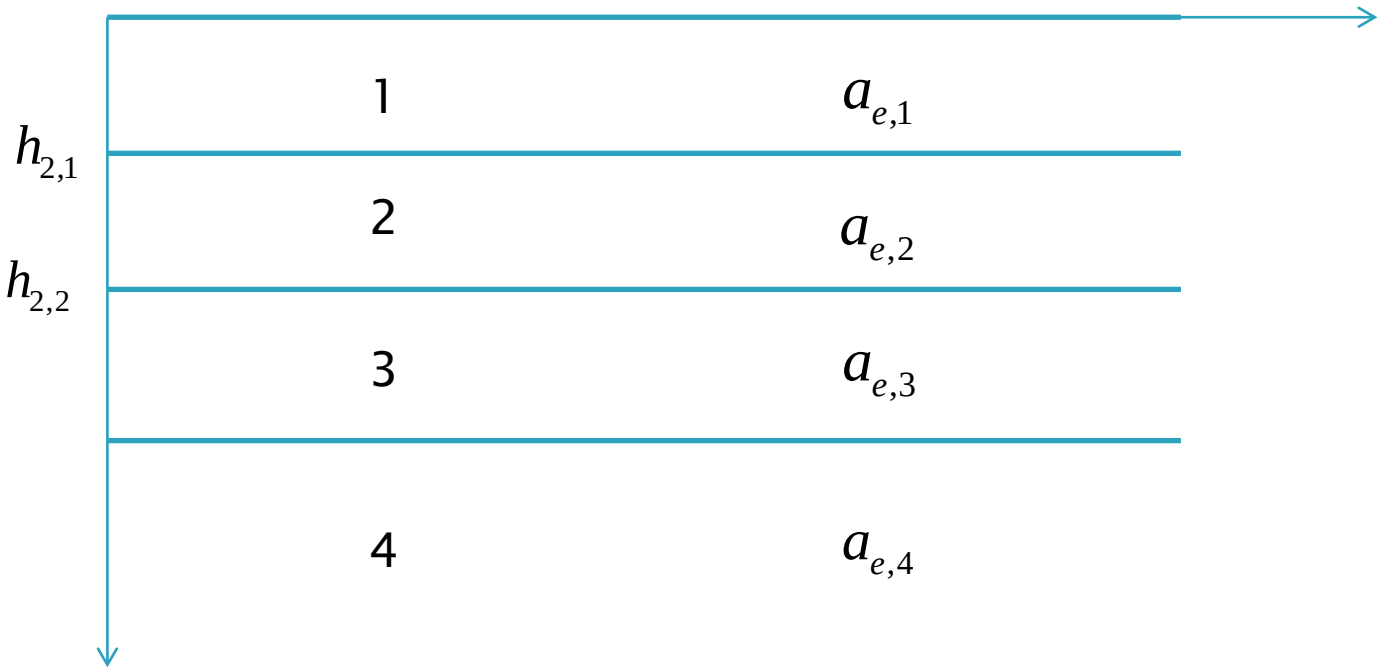
$$k(z) = k_0(z) + \varepsilon k_1(z)$$

$$k_c = k_0 + ia_e$$

$$c(z) \simeq c_0(z) + ic_1(z) \quad \longleftarrow \quad c_c = \frac{\omega}{k_c} = \frac{\omega}{k_0 + ia_e}$$

$$\kappa_n = \kappa_{n,0} + \varepsilon \kappa_{n,1} \quad \longrightarrow \quad \kappa_n = \kappa_{n,0} + i\kappa_{n,1}$$

Για κυματοδηγό M στρωμάτων



$$\kappa_{n,1} = \sum_{j=1}^{M} \kappa_{n,j}$$

Για κυματοδηγό Μ στρωμάτων

$$\kappa_{n,1} = \sum_{j=1}^{M} \kappa_{n,j} \qquad \kappa_n = \kappa_{n,0} + i\kappa_{n,1}$$

$$\kappa_{n,j} \approx a_{e,j} \frac{\omega}{\kappa_{n,0}} \int_{h_{j,1}}^{h_{j,2}} \frac{u_{n,0}^2(z)}{c_j(z)\rho_j(z)} dz$$

$$c_j = c_{0,j}$$

$$p(r,z) = \frac{i}{4\rho_1} \sum_{n=1}^{N} u_n^{(1)}(z_0) u_n(z) \sqrt{\frac{2}{\pi \kappa_n r}} e^{i(\kappa_n r - \pi/4)}$$

Για κυματοδηγό M στρωμάτων

$$\kappa_{n,1} = \sum_{j=1}^{M} \kappa_{n,j} \qquad \kappa_n = \kappa_{n,0} + i\kappa_{n,1}$$

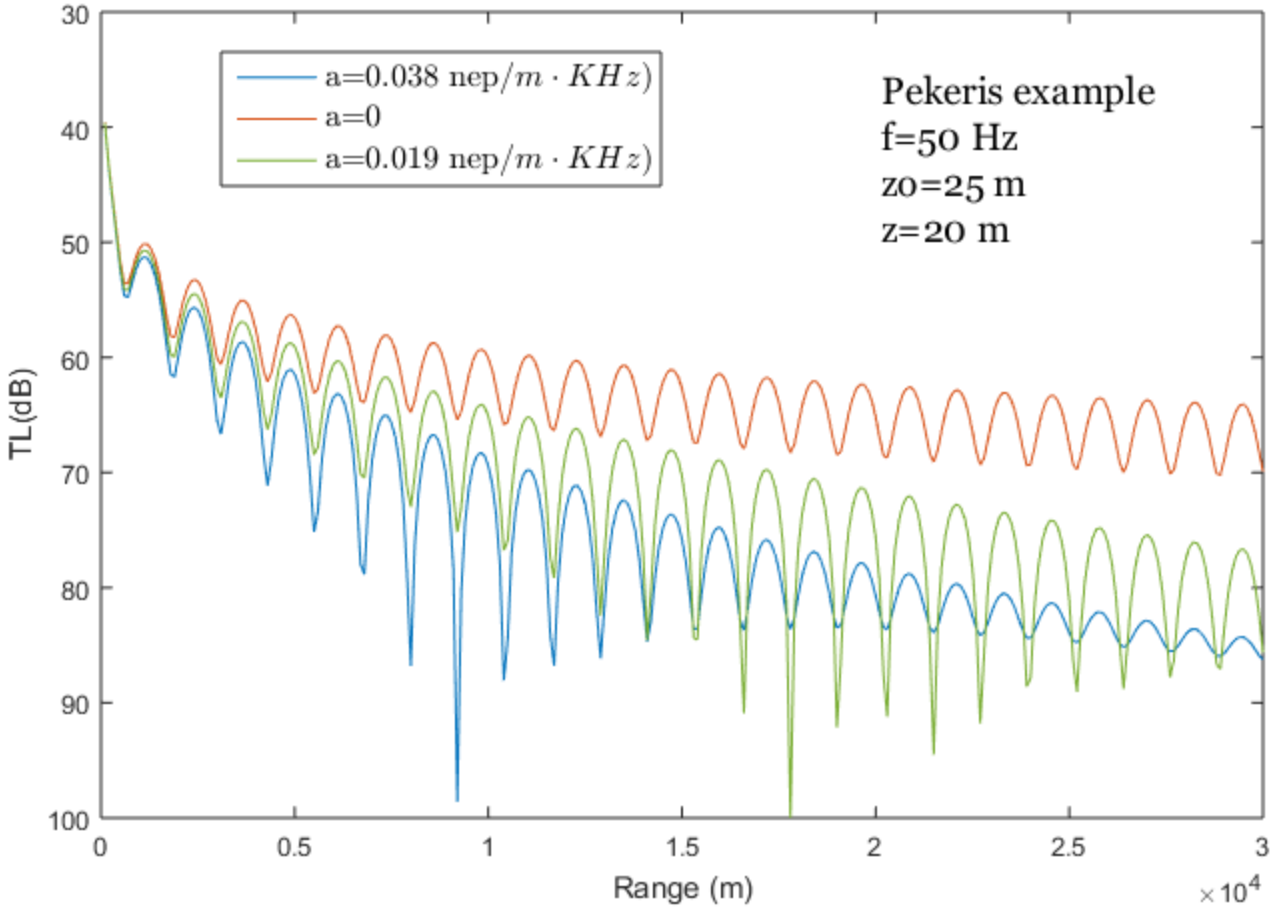
$$\kappa_{n,j} \approx a_{e,j} \frac{\omega}{\kappa_{n,0}} \int_{h_{j,1}}^{h_{j,2}} \frac{u_{n,0}^2(z)}{c_j(z)\rho_j(z)} dz$$

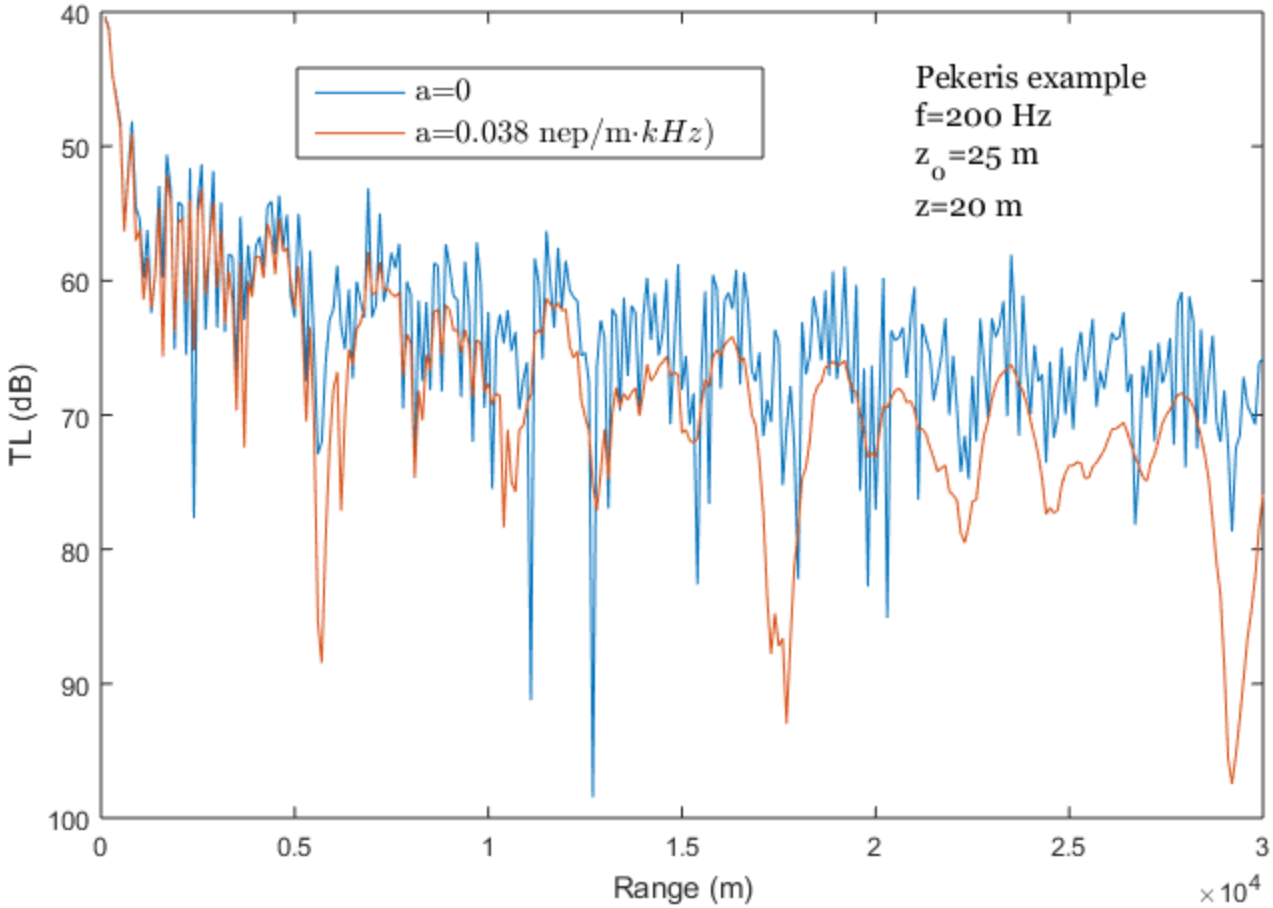
$$c_j = c_{0,j}$$

$$p(r,z) = \frac{i}{4\rho_1} \sum_{n=1}^{N} u_n^{(1)}(z_0) u_n(z) \sqrt{\frac{2}{\pi \kappa_n r}} e^{i(\kappa_n r - \pi/4)}$$

Με εξασθένηση

$$p(r,z) = \frac{i}{4\rho_1} \sum_{n=1}^{N} u_{n,0}^{(1)}(z_0) u_{n,0}(z) \sqrt{\frac{2}{\pi(\kappa_{n,0} + i\kappa_{n,1}) r}} e^{-\kappa_{n,1} r} e^{i(\kappa_{n,0}, r - \pi/4)}$$


a=0.038 nep/$m \cdot KHz$)
a=0
a=0.019 nep/$m \cdot KHz$)
Pekeris example
f=50 Hz
z0=25 m
z=20 m
TL(dB)
Range (m)
$\times 10^4$
30
40
50
60
70
80
90
100
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3


a=0
a=0.038 nep/m·kHz)
Pekeris example
f=200 Hz
z_o=25 m
z=20 m
TL (dB)
Range (m)
×10^4
40
50
60
70
80
90
100
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3