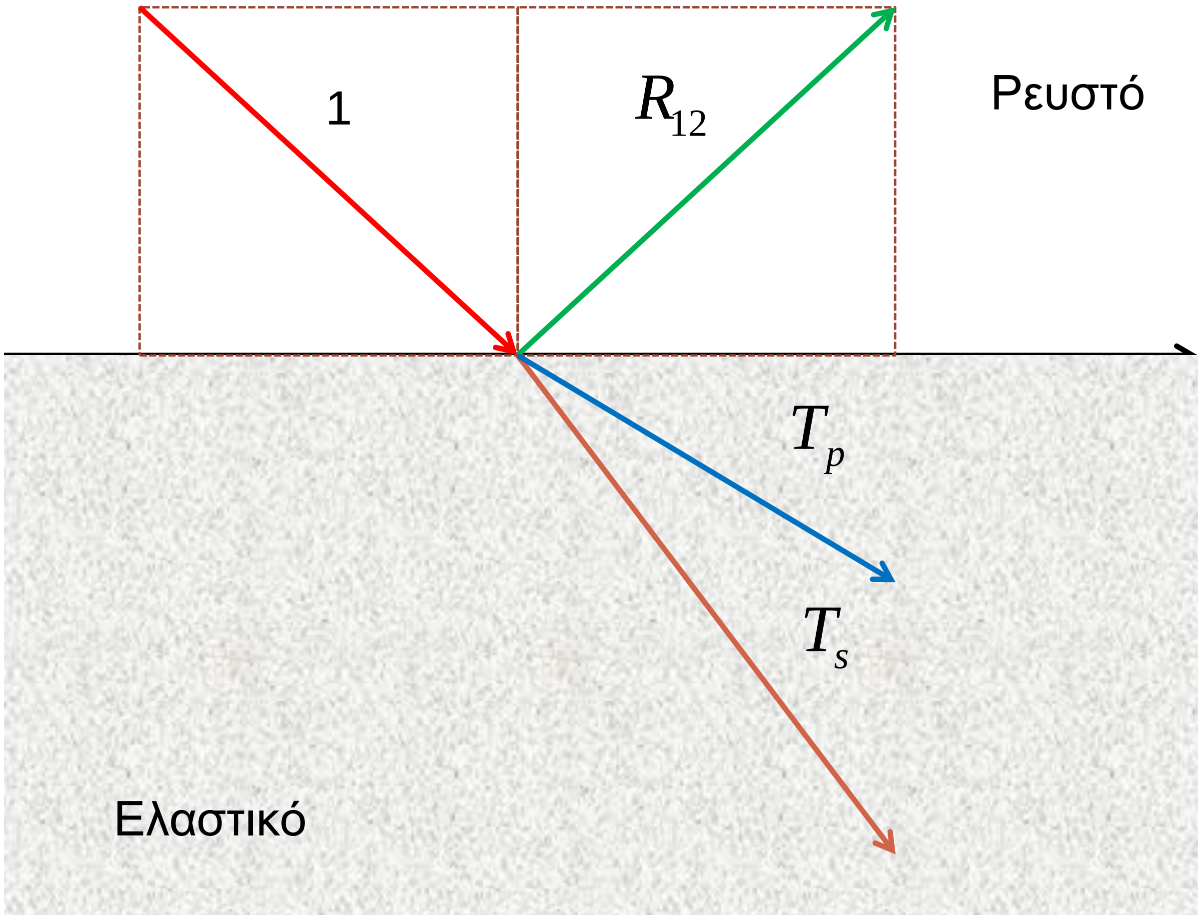
Ανάκλαση επίπεδων ακουστικών κυμάτων σε πυθμένα ρευστών στρωμάτων, καθώς και σε πολυστρωματοποιημένο πυθμένα.

Εισαγωγή στην Ακουστική Ωκεανογραφία

Ανάκλαση από ελαστικό ημιάπειρο πυθμένα



$$\Phi_1 = e^{i(k_x x + k_{z1} z - \omega t)} + R_{12} e^{i(k_x x - k_{z1} z - \omega t)}$$

$$\Phi_2 = T_p e^{i(k_x x + k_{z2} z - \omega t)}$$

$$\Psi_2 = T_s e^{i(k_x x + k_{sz2} z - \omega t)}$$

Για *z*=0

Σύστημα τριών εξισώσεων με τρεις αγνώστους R_{12}, T_p, T_s

Συνθήκες στη διεπιφάνεια

$$\sigma_{1,zz} = \sigma_{2,zz}$$

$$\rho_1 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial t^2} = \frac{\lambda}{c_{p2}^2} \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial t^2} + 2\mu\left(\frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial z \partial x}\right)$$

$$\sigma_{2,zx} = 0$$

$$\mu\left(\frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial z^2} + 2\frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial z \partial x}\right) = 0$$

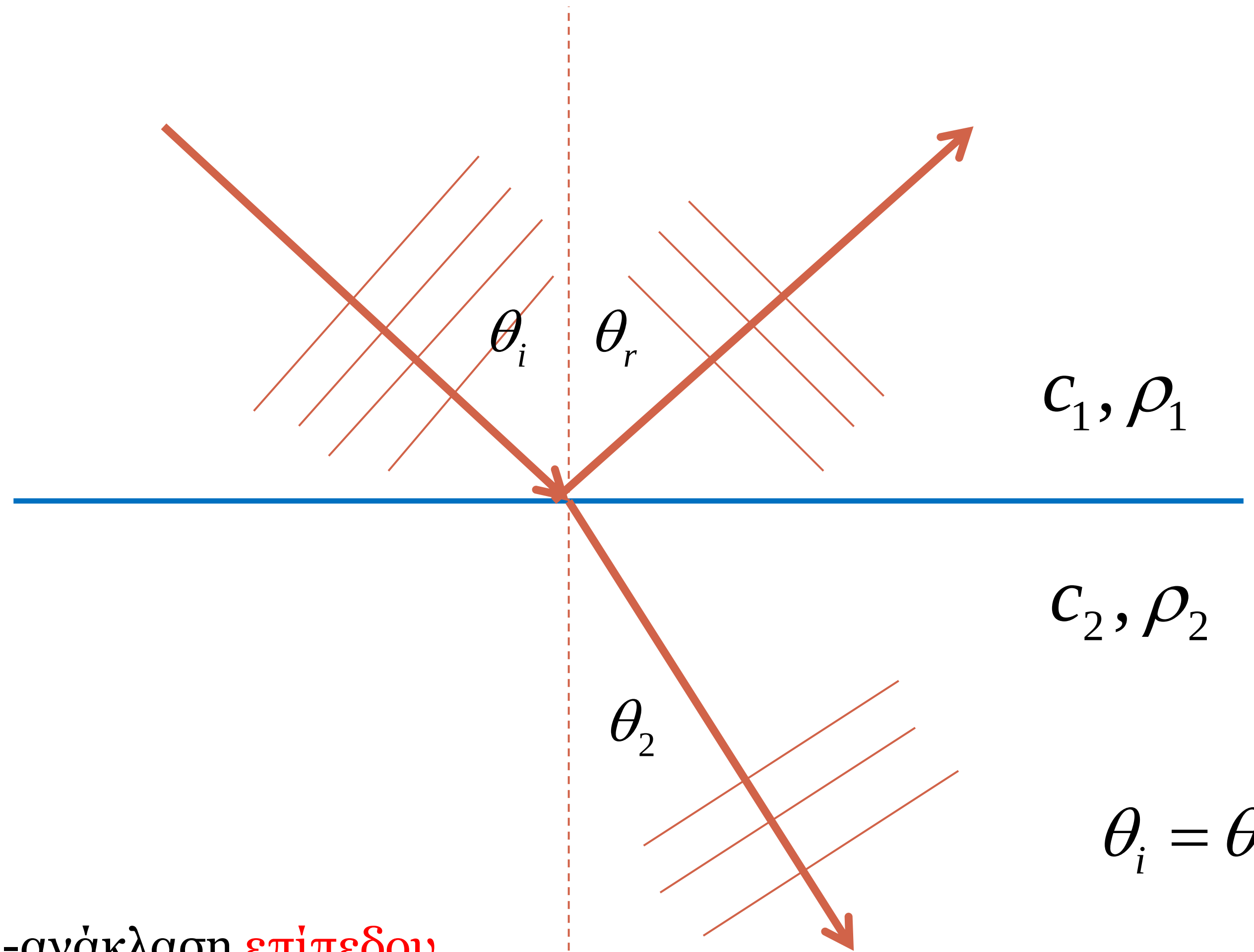
$$d_{1z} = d_{2z}$$

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial z} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} + \frac{\partial \Psi_2}{\partial x}$$

$$\Phi_1 = \Phi_{1i} + \Phi_{1r}$$

$$R_{12} = \frac{4k_{z2}k_{sz2}k_x^2 + (k_{sz2}^2 - k_x^2)^2 - (\rho_1/\rho_2)(k_{z2}/k_{z1})(\omega^4/c_{s2}^4)}{4k_{z2}k_{sz2}k_x^2 + (k_{sz2}^2 - k_x^2)^2 + (\rho_1/\rho_2)(k_{z2}/k_{z1})(\omega^4/c_{s2}^4)}$$

Συντελεστής ανάκλασης επίπεδου ακουστικού κύματος στη διαχωριστική επιφάνεια ανάμεσα σε ένα ρευστό και ένα ελαστικό στρώμα ημιάπειρου πάχους



$$\theta_i = \theta_r = \theta_1$$

$$\frac{c_1}{\sin\theta_1} = \frac{c_2}{\sin\theta_2}$$

Διάδοση-ανάκλαση επίπεδου ακουστικού κύματος ανάμεσα σε δύο ρευστά μέσα

Περίπτωση Ρευστού Πυθμένα

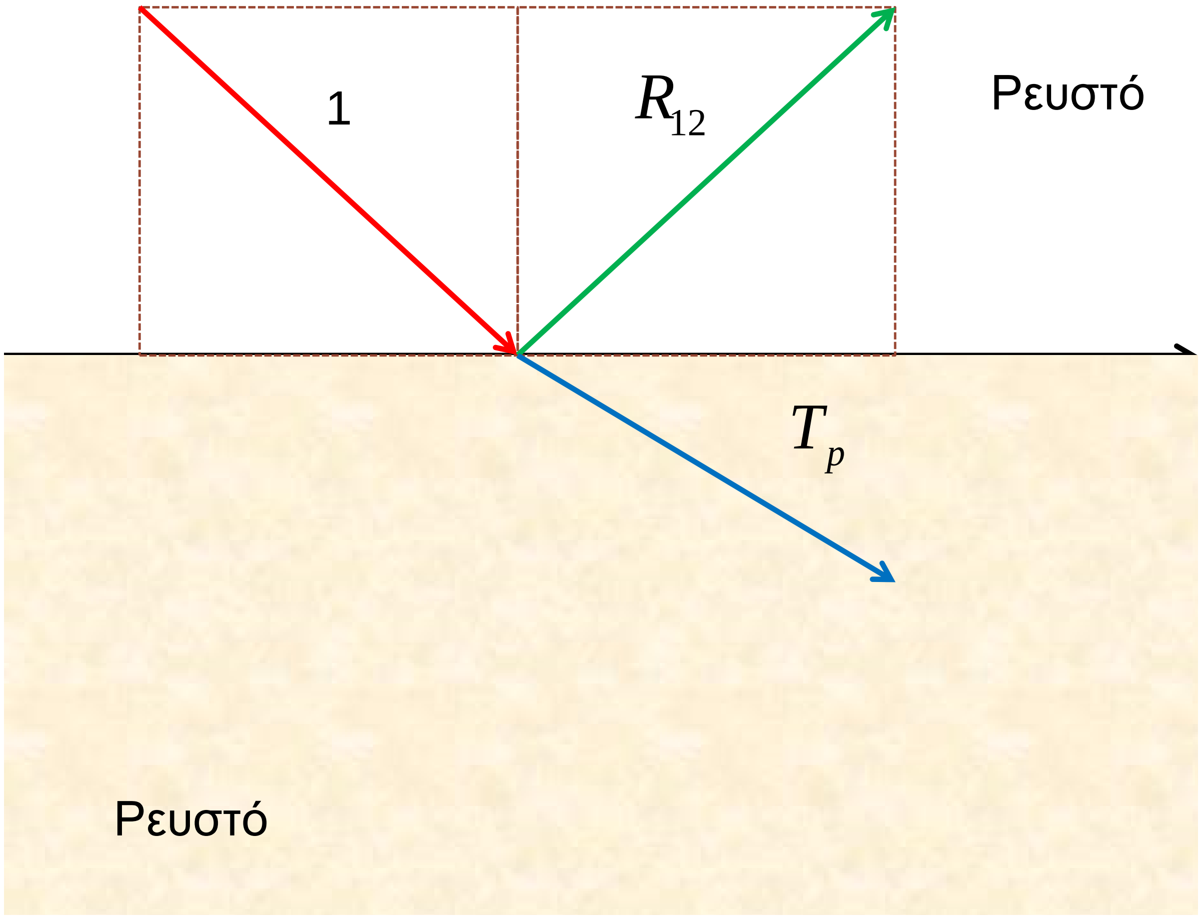
$$\Phi_1 = \Phi_{1i} + \Phi_{1r}$$

$$\Phi_{1i} = e^{i(k_x x + k_{z1} z - \omega t)}$$

$$\Phi_{1r} = R_{12} e^{i(k_x x - k_{z1} z - \omega t)}$$

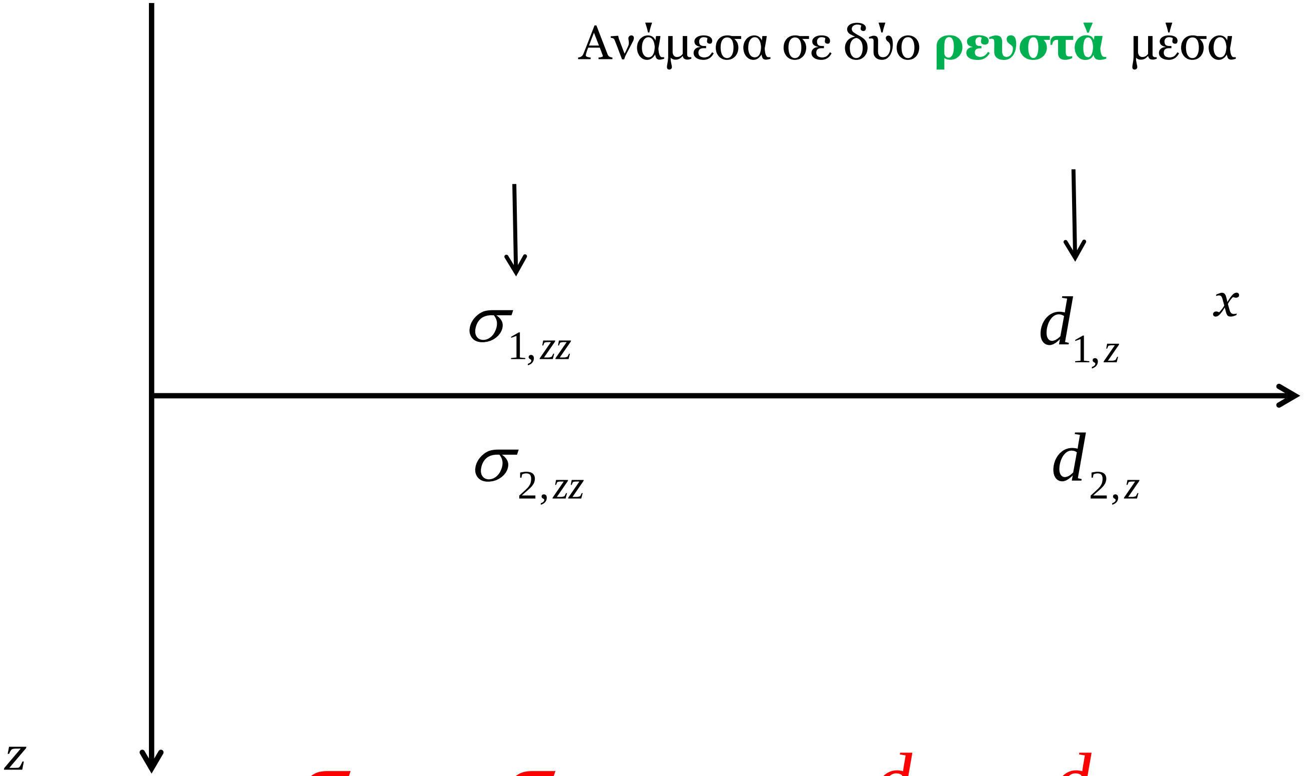
$$\Phi_2 = T_p e^{i(k_x x + k_{z2} z - \omega t)}$$

Ανάκλαση από ρευστό ημιάπειρο πυθμένα



Οριακές συνθήκες στη διεπιφάνεια z=0

Ανάμεσα σε δύο **ρευστά** μέσα



$$\sigma_{1,zz} = \sigma_{2,zz} \qquad d_{1,z} = d_{2,z}$$

Οριακές Συνθήκες

$$\sigma_{1,zz} = \sigma_{2,zz}$$

$$d_{1z} = d_{2z}$$

$$\sigma_{zz} = \lambda \nabla^2 \Phi, \quad \vec{d} = \nabla \Phi$$

$$\lambda = \rho c_p^2$$

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{c_p^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}$$

$$\boxed{\rho_1 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial t^2} = \rho_2 \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial t^2}}$$

$$\boxed{\frac{\partial \Phi_1}{\partial z} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial z}}$$

$$\Phi_1 = \Phi_{1i} + \Phi_{1r} \qquad \Phi_2$$

$$\rho_1\omega^2\{e^{i(k_x x+k_{z1}z-\omega t)} + R_{12}e^{i(k_x x-k_{z1}z-\omega t)}\} = \rho_2\omega^2 T_p e^{i(k_x x+k_{z2}z-\omega t)}$$

$$ik_{z1}\{e^{i(k_x x+k_{z1}z-\omega t)} - R_{12}e^{i(k_x x-k_{z1}z-\omega t)}\} = ik_{z2}T_p e^{i(k_x x+k_{z2}z-\omega t)}$$

$$z = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho_1(1+R_{12}) = \rho_2 T_p$$

$$k_{z1}(1-R_{12}) = k_{z2}T_p$$

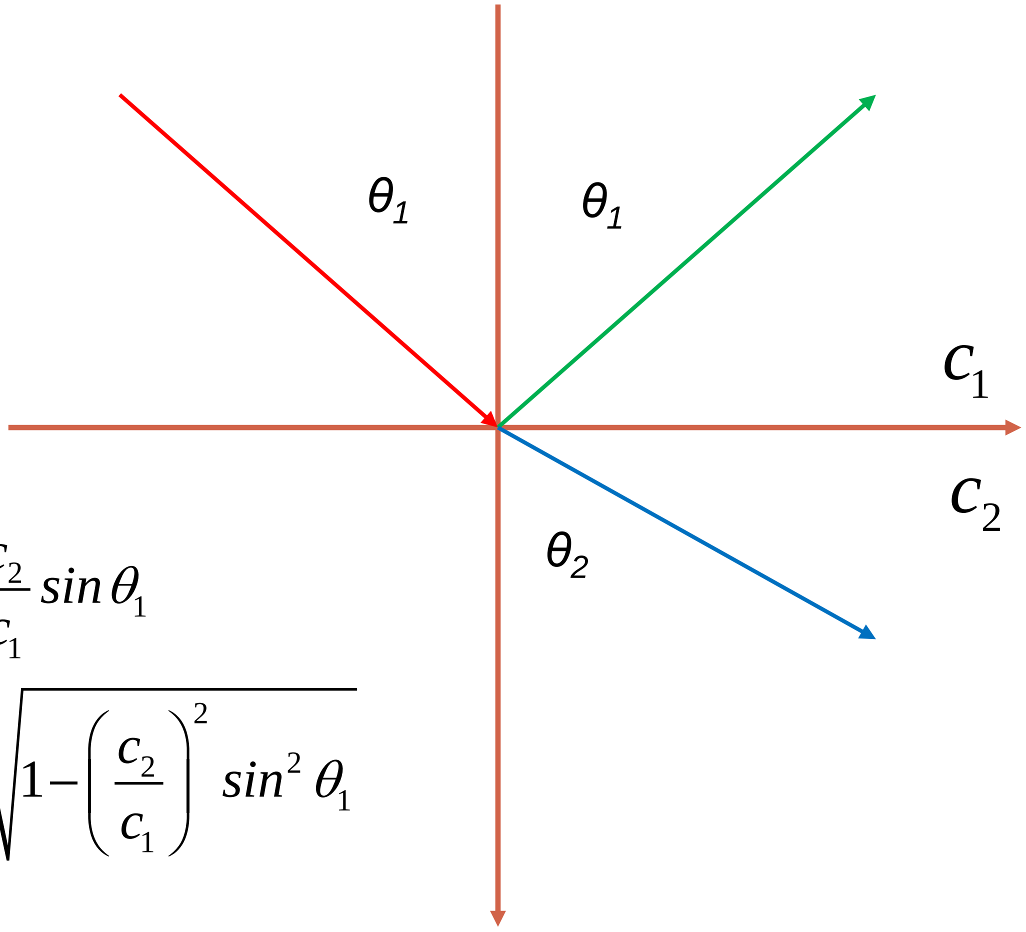
$$R_{12} = \frac{k_{z1}\rho_2 - k_{z2}\rho_1}{k_{z1}\rho_2 + k_{z2}\rho_1}$$

$$T_p = \frac{2k_{z1}\rho_1}{k_{z1}\rho_2 + k_{z2}\rho_1}$$

$$k_{z1} = k_1 \cos\theta_1 = \frac{\omega}{c_1}\cos\theta_1$$

$$k_{z2} = k_2 \cos\theta_2 = \frac{\omega}{c_2}\cos\theta_2$$

$$\boxed{R_{12} = \frac{\rho_2 c_2 \cos\theta_1 - \rho_1 c_1 \cos\theta_2}{\rho_2 c_2 \cos\theta_1 + \rho_1 c_1 \cos\theta_2}}$$

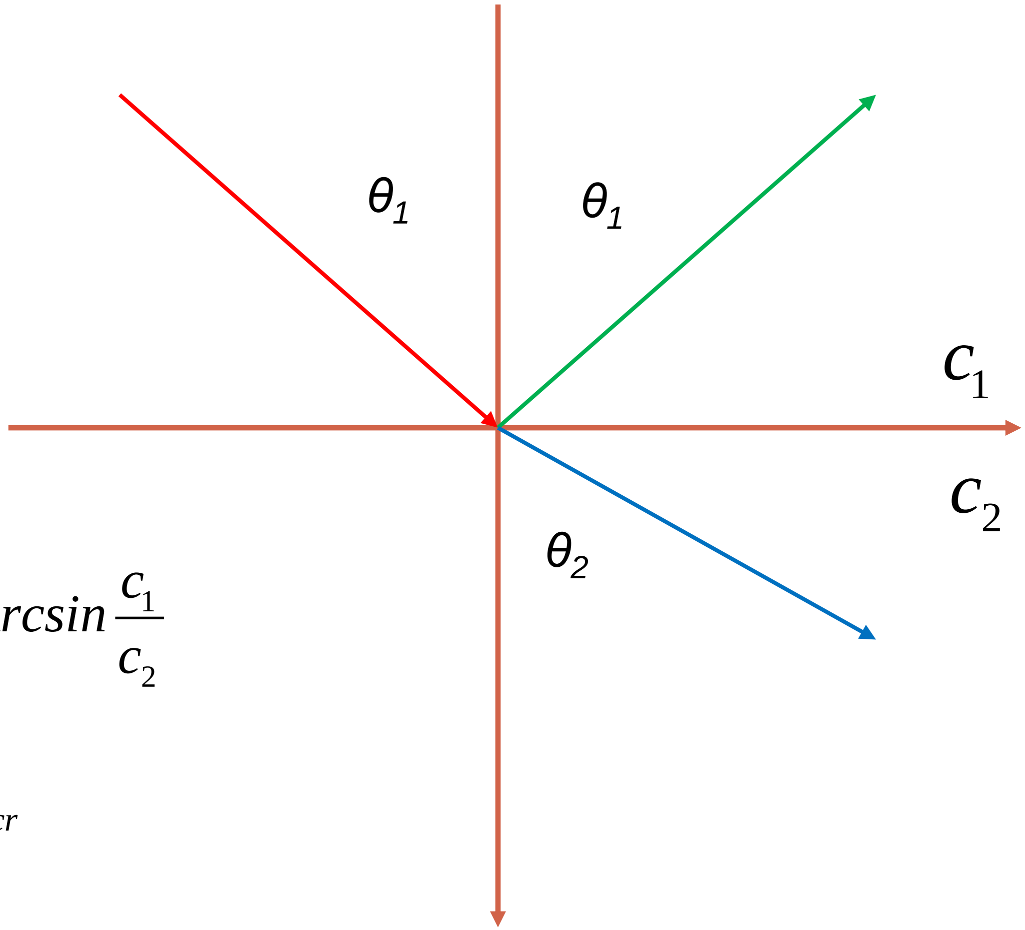


$$\sin\theta_2 = \frac{c_2}{c_1}\sin\theta_1$$

$$\cos\theta_2 = \sqrt{1-\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \sin^2\theta_1}$$

$$\theta_{cr} = Arcsin\frac{c_1}{c_2}$$

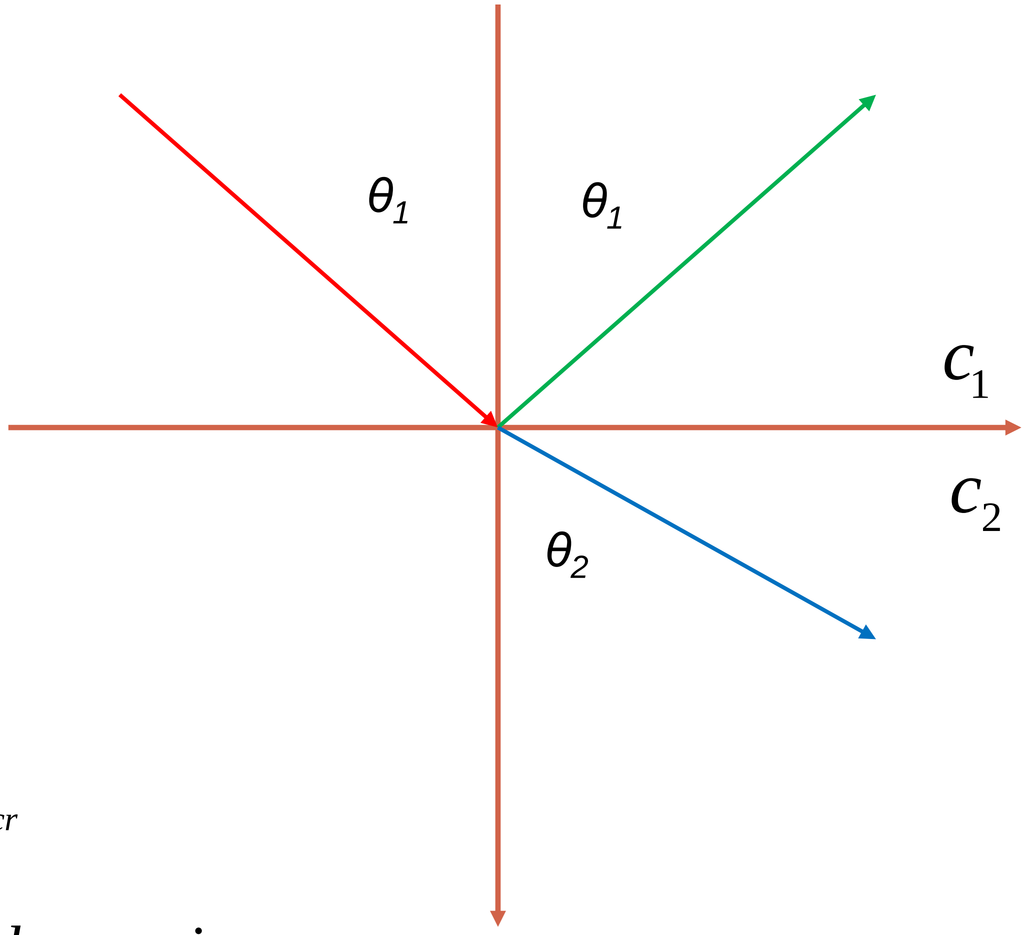
Κρίσιμη γωνία



$$\theta_{cr} = Arcsin\frac{c_1}{c_2}$$

$$\theta_1 > \theta_{cr}$$

$$R_{12} = \frac{k_{z1}\rho_2 - k_{z2}\rho_1}{k_{z1}\rho_2 + k_{z2}\rho_1} \Longrightarrow R_{12} = \frac{k_{z1}\rho_2 - ig_2\rho_1}{k_{z1}\rho_2 + ig_2\rho_1} \qquad g_2 \in \mathbb{R}^+$$

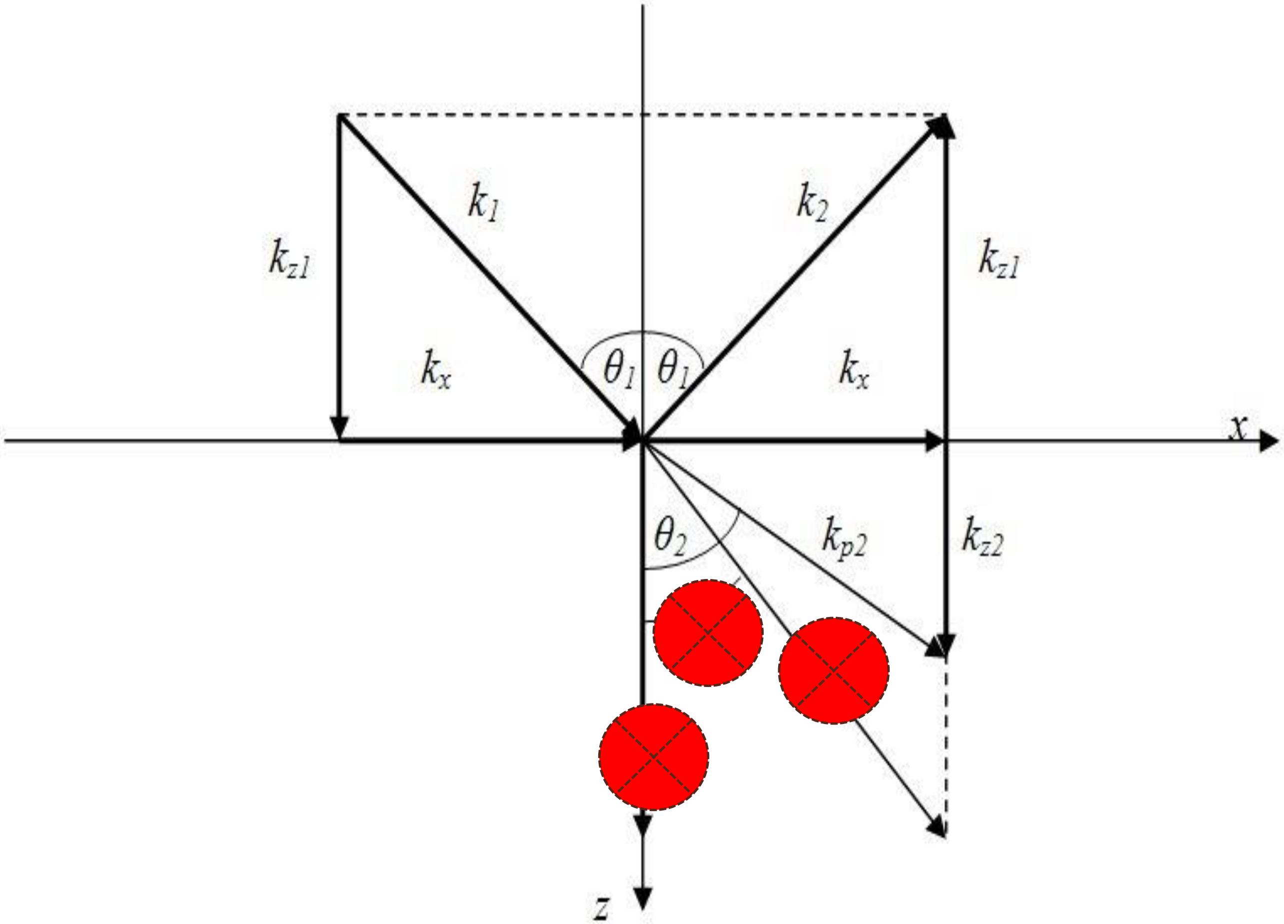


$$\theta_1 > \theta_{cr}$$

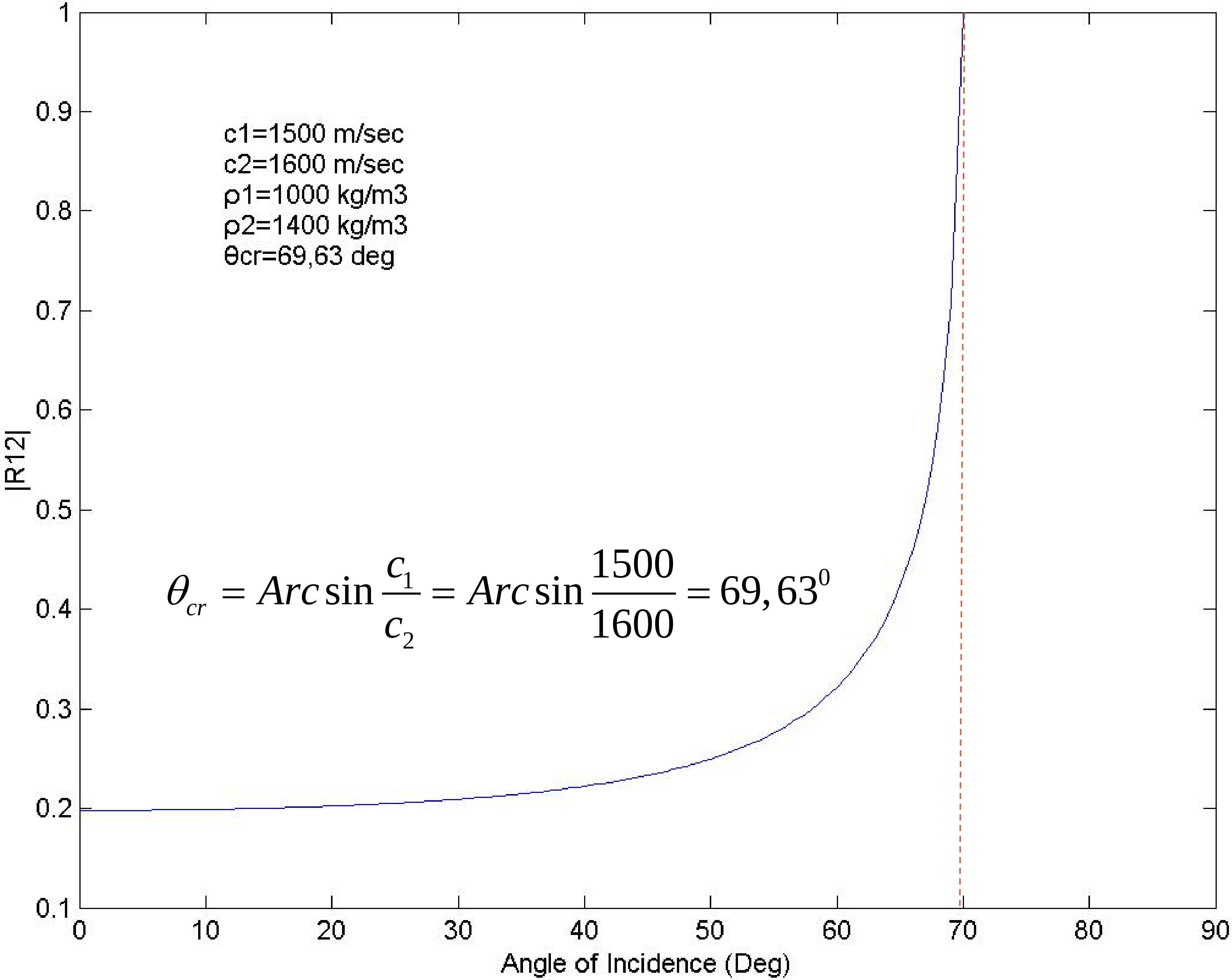
$$R_{12} = \frac{k_{z1}\rho_2 - ig_2\rho_1}{k_{z1}\rho_2 + ig_2\rho_1} \Rightarrow R_{12} = -e^{i2\chi}$$

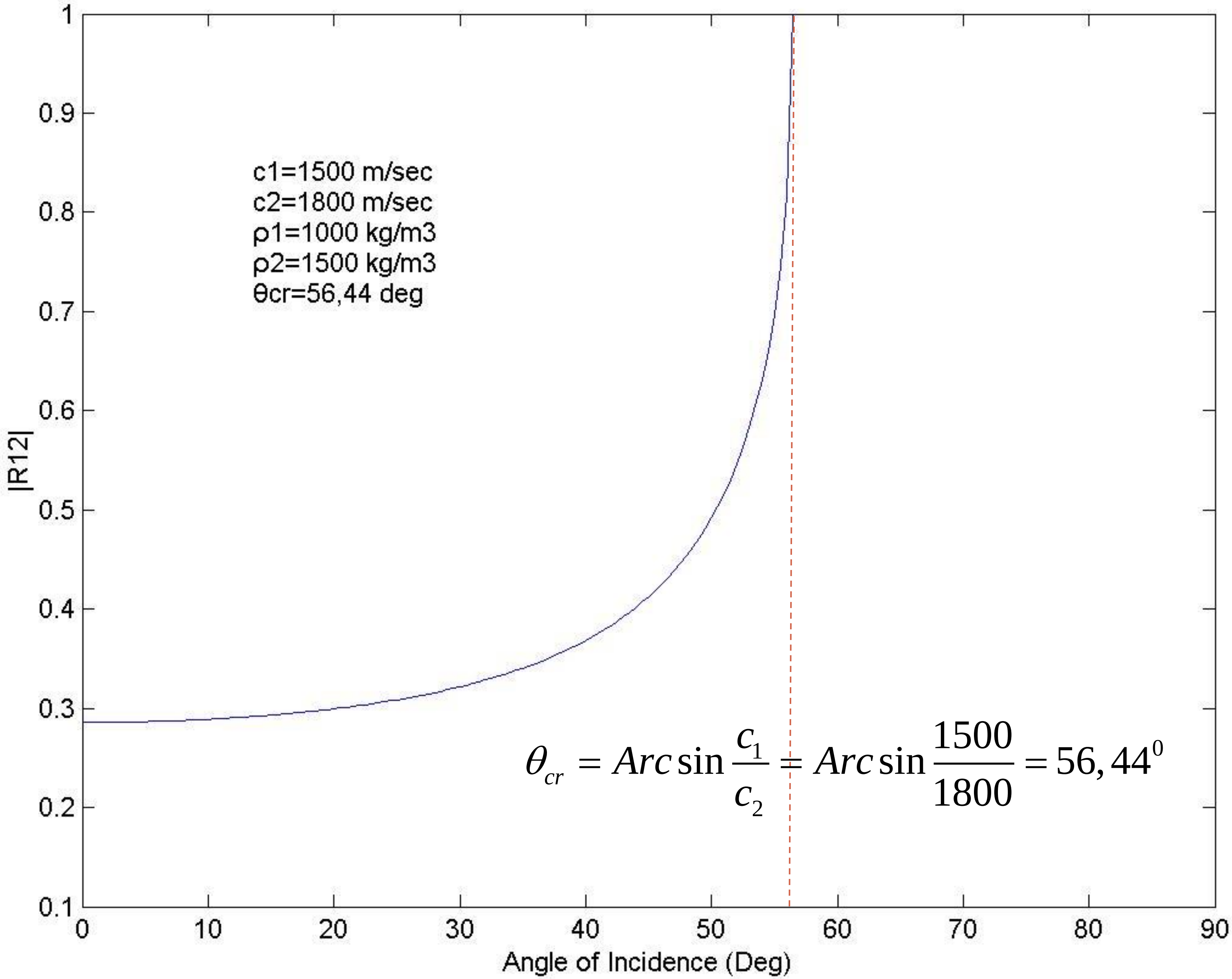
$$\chi = Arctan\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\frac{k_{z1}}{g_2}\right)$$

Περίπτωση ρευστού δεύτερου στρώματος

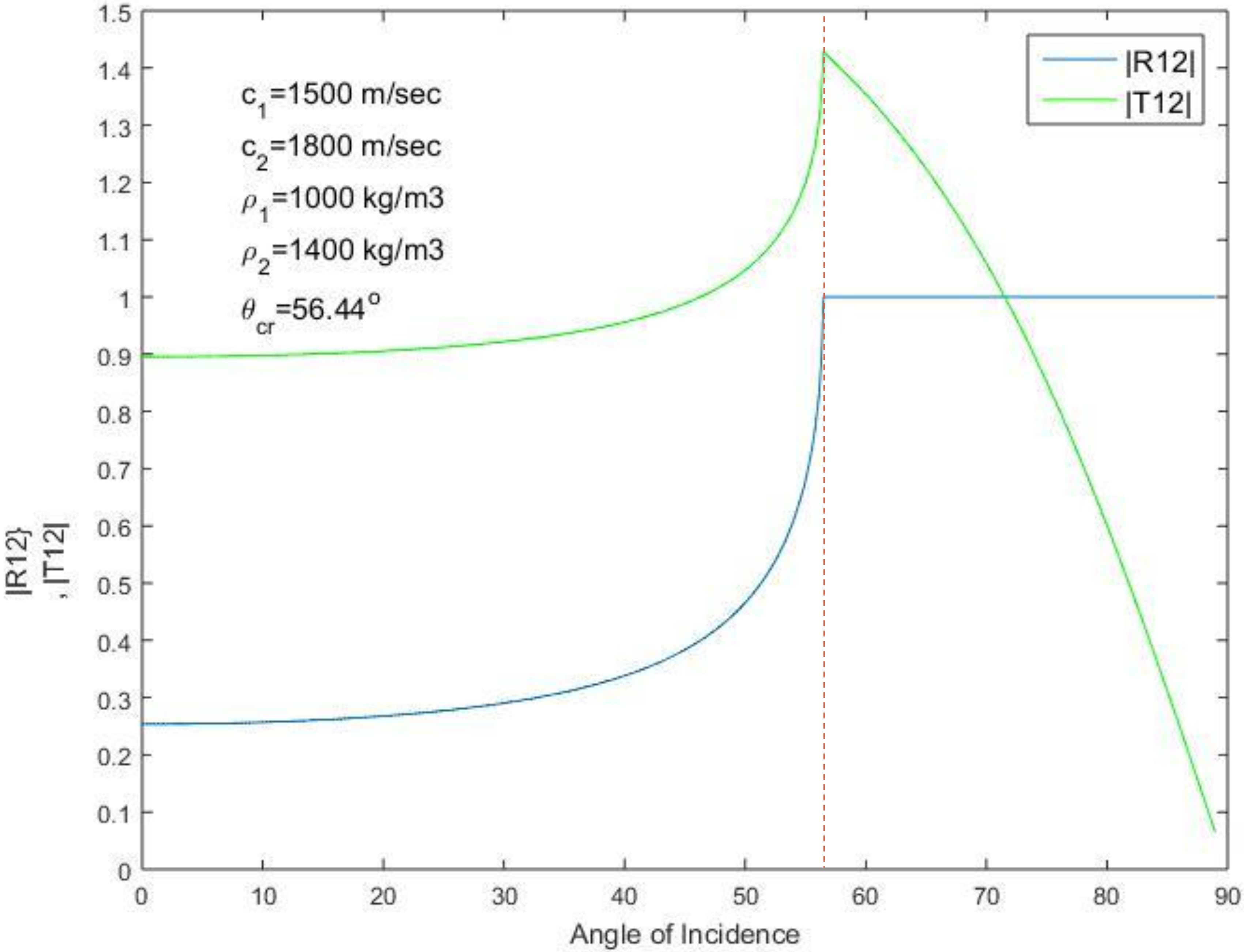


Δεν υπάρχουν αριθμοί κύματος για διατμητικά κύματα

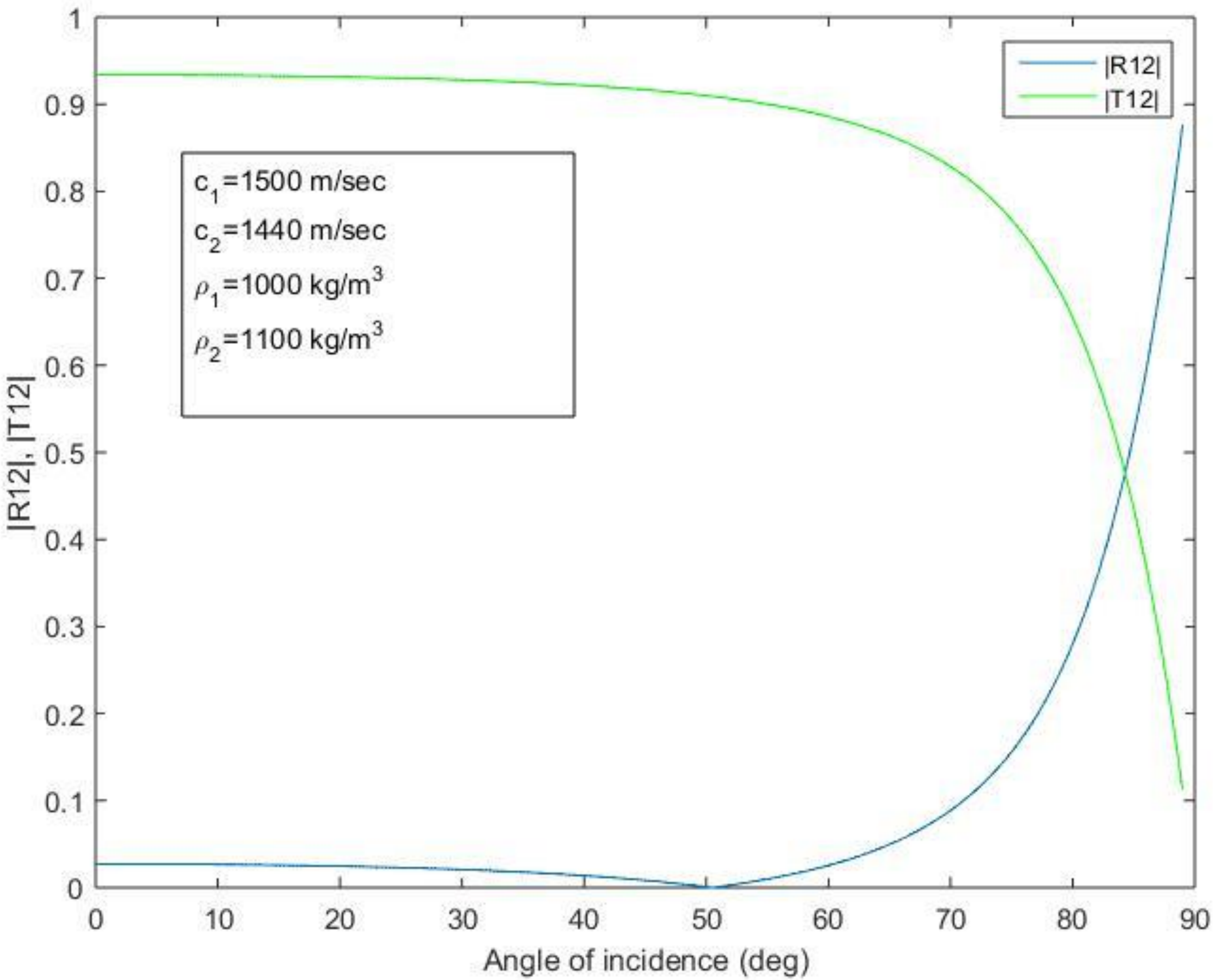

c1=1500 m/sec
c2=1600 m/sec
ρ1=1000 kg/m3
ρ2=1400 kg/m3
θcr=69,63 deg
$$\theta_{cr} = Arc\sin\frac{c_1}{c_2} = Arc\sin\frac{1500}{1600} = 69,63^0$$
|R12|
Angle of Incidence (Deg)



$$\theta_{cr} = Arc\sin\frac{c_1}{c_2} = Arc\sin\frac{1500}{1800} = 56,44^0$$



|R12|
|T12|
c_1=1500 m/sec
c_2=1800 m/sec
ρ_1=1000 kg/m3
ρ_2=1400 kg/m3
θ_{cr}=56.44°
|R12}
,|T12|
Angle of Incidence
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
1.1
1.2
1.3
1.4
1.5



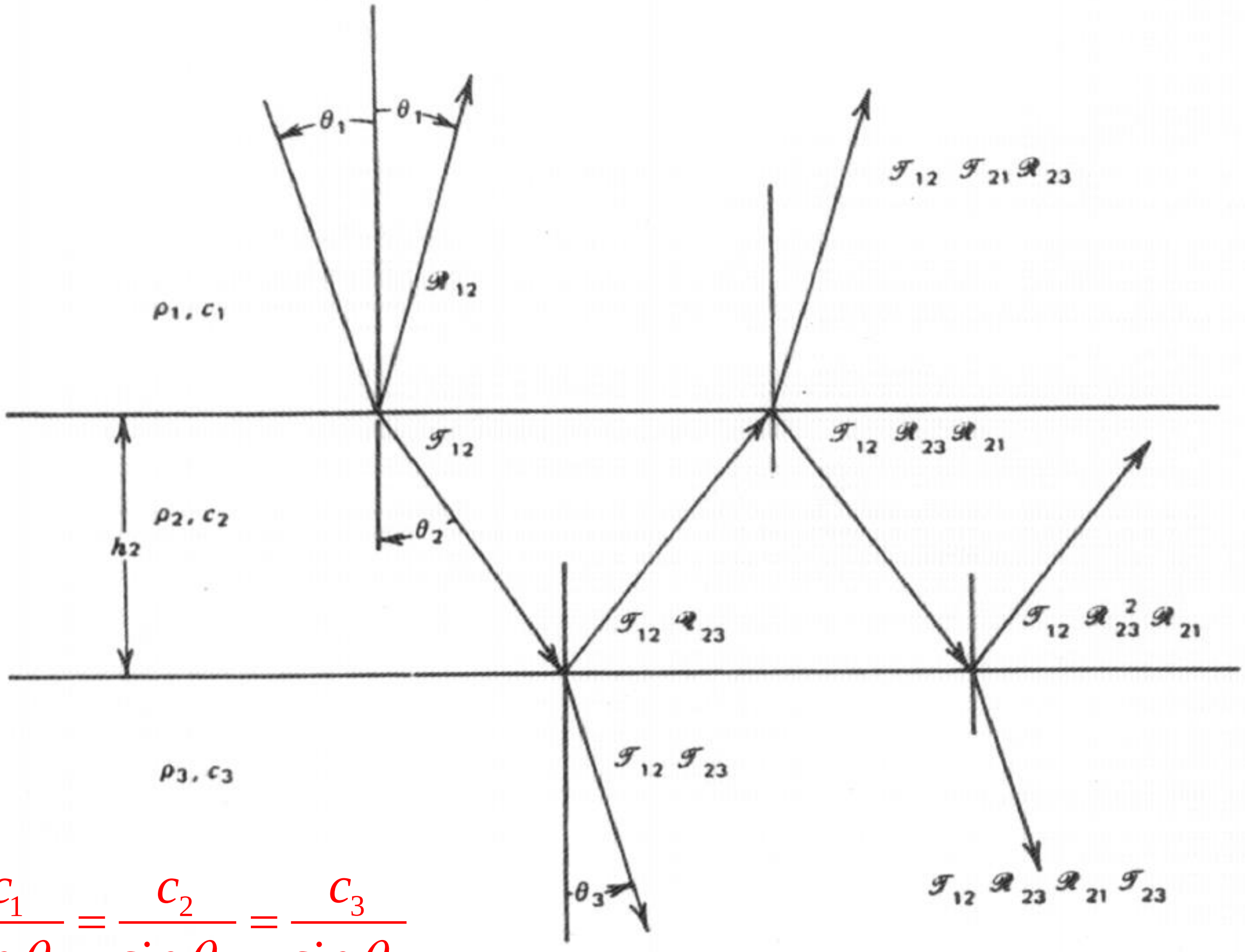
|R12|
|T12|
c1=1500 m/sec
c2=1440 m/sec
ρ1=1000 kg/m3
ρ2=1100 kg/m3
|R12|, |T12|
Angle of incidence (deg)
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90

Υπολογισμός του συντελεστή ανάκλασης ανάμεσα στο νερό και σε πολυστρωματοποιημένο πυθμένα

Υπόθεση : Οριζόντιες παράλληλες επίπεδες επιφάνειες

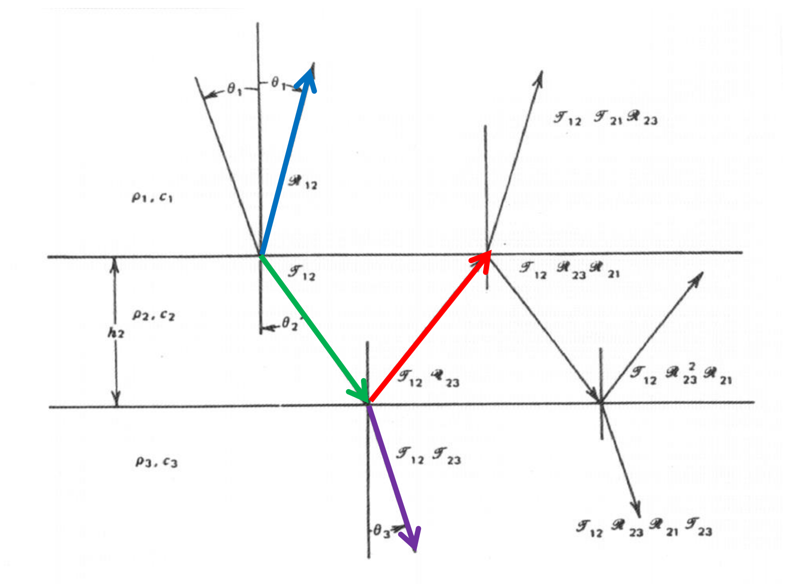
1η μέθοδος

Πολυστρωματοποιημένα ρευστά μέσα



$$\frac{c_1}{\sin\theta_1} = \frac{c_2}{\sin\theta_2} = \frac{c_3}{\sin\theta_3}$$

Συντελεστής ανάκλασης ανάμεσα σε ημιάπειρα σε έκταση μέσα

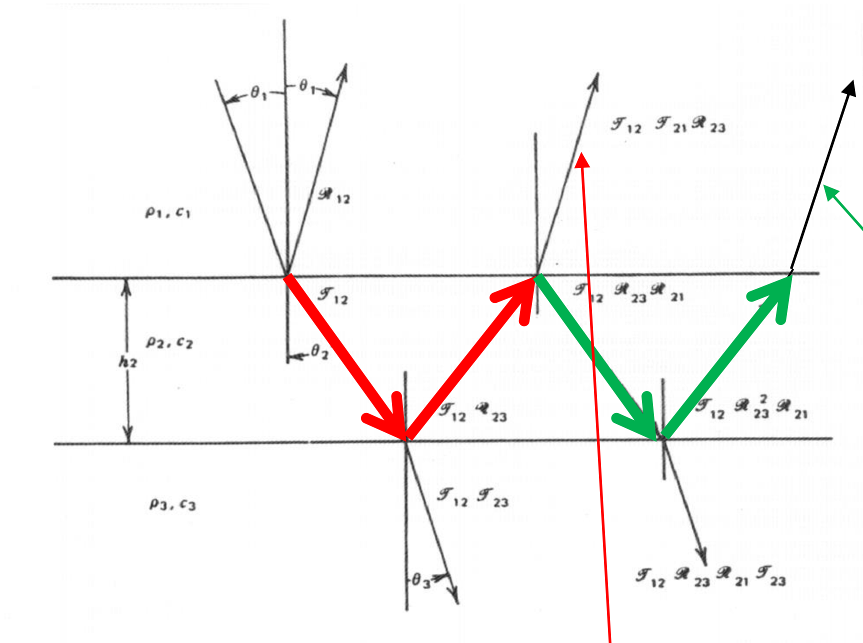


$$R_{12} = \frac{\rho_2 c_2 \cos\theta_1 - \rho_1 c_1 \cos\theta_2}{\rho_2 c_2 \cos\theta_1 + \rho_1 c_1 \cos\theta_2}$$

$$R_{23} = \frac{\rho_3 c_3 \cos\theta_2 - \rho_2 c_2 \cos\theta_3}{\rho_3 c_3 \cos\theta_2 + \rho_2 c_2 \cos\theta_3}$$

$$T_{12} = \frac{2\rho_1 c_2 \cos\theta_1}{\rho_2 c_2 \cos\theta_1 + \rho_1 c_1 \cos\theta_2}$$

$$T_{23} = \frac{2\rho_2 c_3 \cos\theta_2}{\rho_3 c_3 \cos\theta_2 + \rho_2 c_2 \cos\theta_3}$$



Διαφορά φάσης

$$2k_2h_2\cos\theta_2 = 2k_{z2}h_2$$

$$R_{12} = -R_{21}$$

$$T_{12}T_{21} = 1 - R_{12}{}^2$$

$$R_{13} = R_{12} + T_{12}T_{21}R_{23}\exp(2i\phi_2) + T_{12}T_{21}R_{23}{}^2R_{21}\exp(4i\phi_2) + \ldots$$

$$\phi_2 = k_2h_2\cos\theta_2$$

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} r^n = (1-r)^{-1} \qquad |r|<1$$

$$R_{13} = R_{12} + T_{12}T_{21}R_{23}\exp(2i\phi_2)\sum_{n=0}^{\infty}[R_{23}R_{21}\exp(2i\phi_2)]^n$$

$$R_{13} = \frac{R_{12} + R_{23}\exp(2i\phi_2)}{1 + R_{12}R_{23}\exp(2i\phi_2)}$$

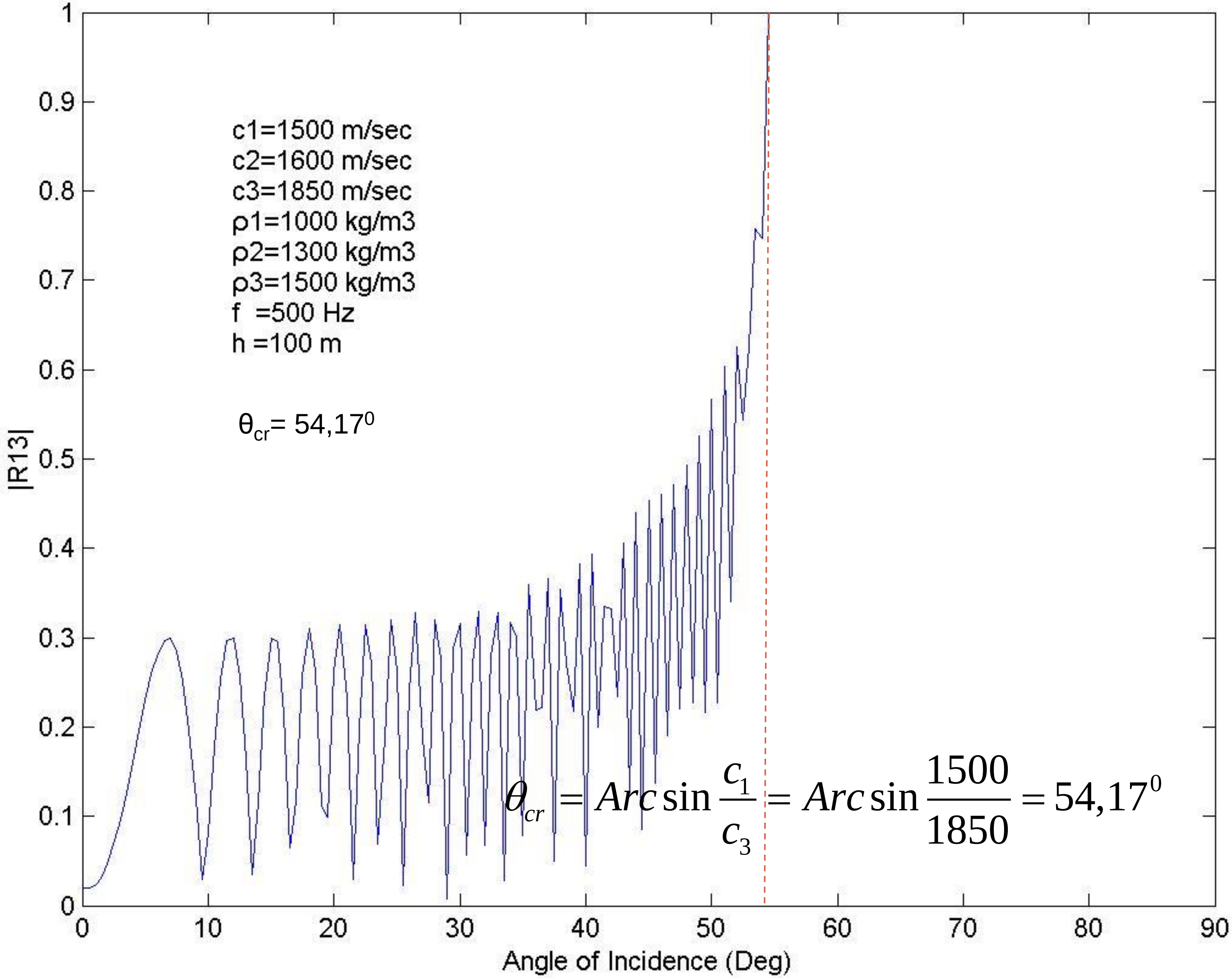
$$T_{13} = \frac{T_{12}T_{23}\exp(i\phi_2)}{1 + R_{12}R_{23}\exp(2i\phi_2)}$$

Επέκταση σε περισσότερα στρώματα

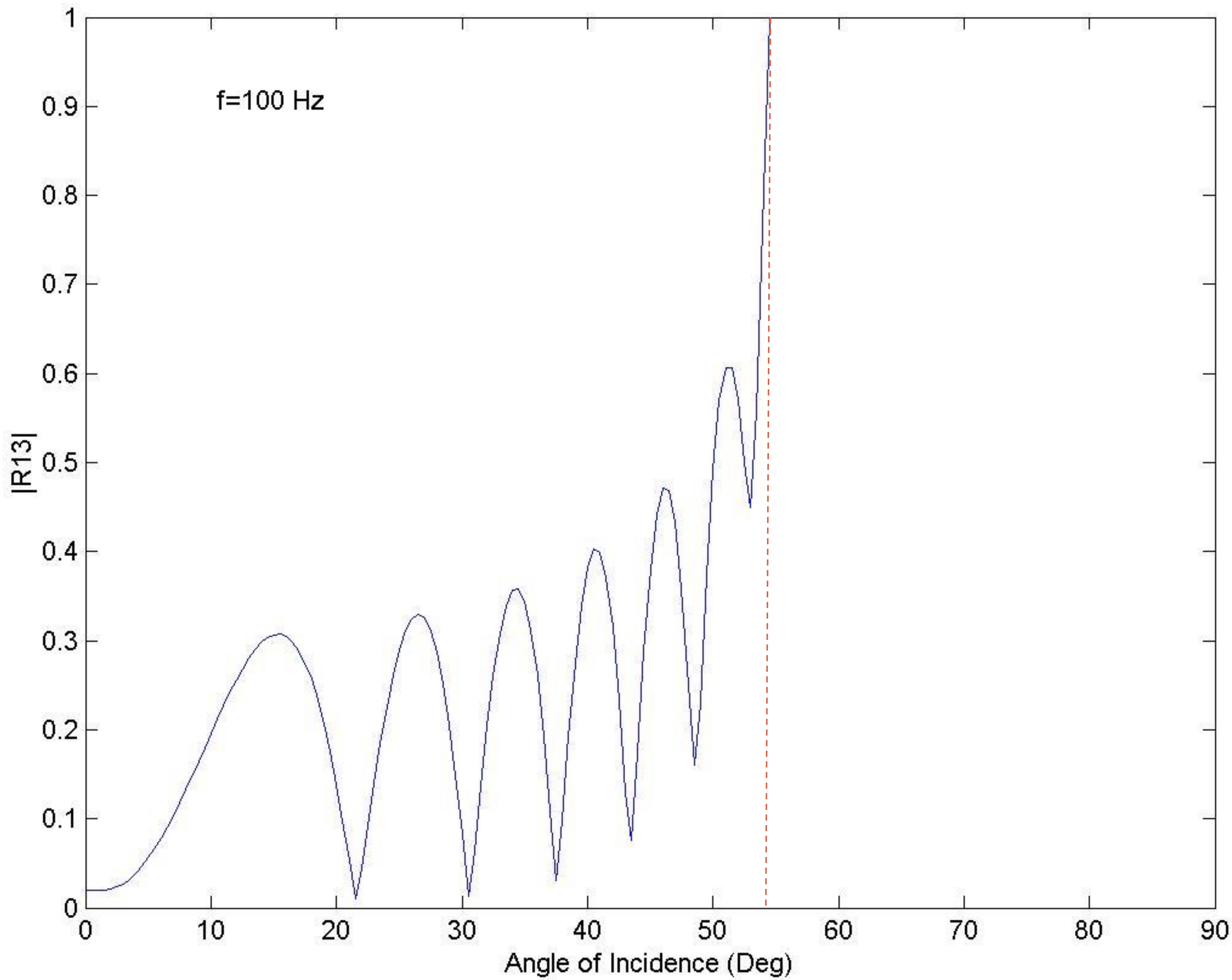
$$R_{(n-2)n} = \frac{R_{(n-2)(n-1)} + R_{(n-1)n}\exp(2i\phi_{n-1})}{1 + R_{(n-2)(n-1)}R_{(n-1)n}\exp(2i\phi_{n-1})}$$

$$R_{(n-3)n} = \frac{R_{(n-3)(n-2)} + R_{(n-2)n}\exp(2i\phi_{n-2})}{1 + R_{(n-3)(n-2)}R_{(n-2)n}\exp(2i\phi_{n-2})}$$

$$R_{1n} = \frac{R_{12} + R_{2n}\exp(2i\phi_2)}{1 + R_{12}R_{2n}\exp(2i\phi_2)}$$



c1=1500 m/sec
c2=1600 m/sec
c3=1850 m/sec
ρ1=1000 kg/m3
ρ2=1300 kg/m3
ρ3=1500 kg/m3
f =500 Hz
h =100 m
θ_{cr}= 54,17^0
$\theta_{cr} = Arc\sin\frac{c_1}{c_3} = Arc\sin\frac{1500}{1850} = 54,17^0$
|R13|
Angle of Incidence (Deg)
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90


f=100 Hz
|R13|
Angle of Incidence (Deg)
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90

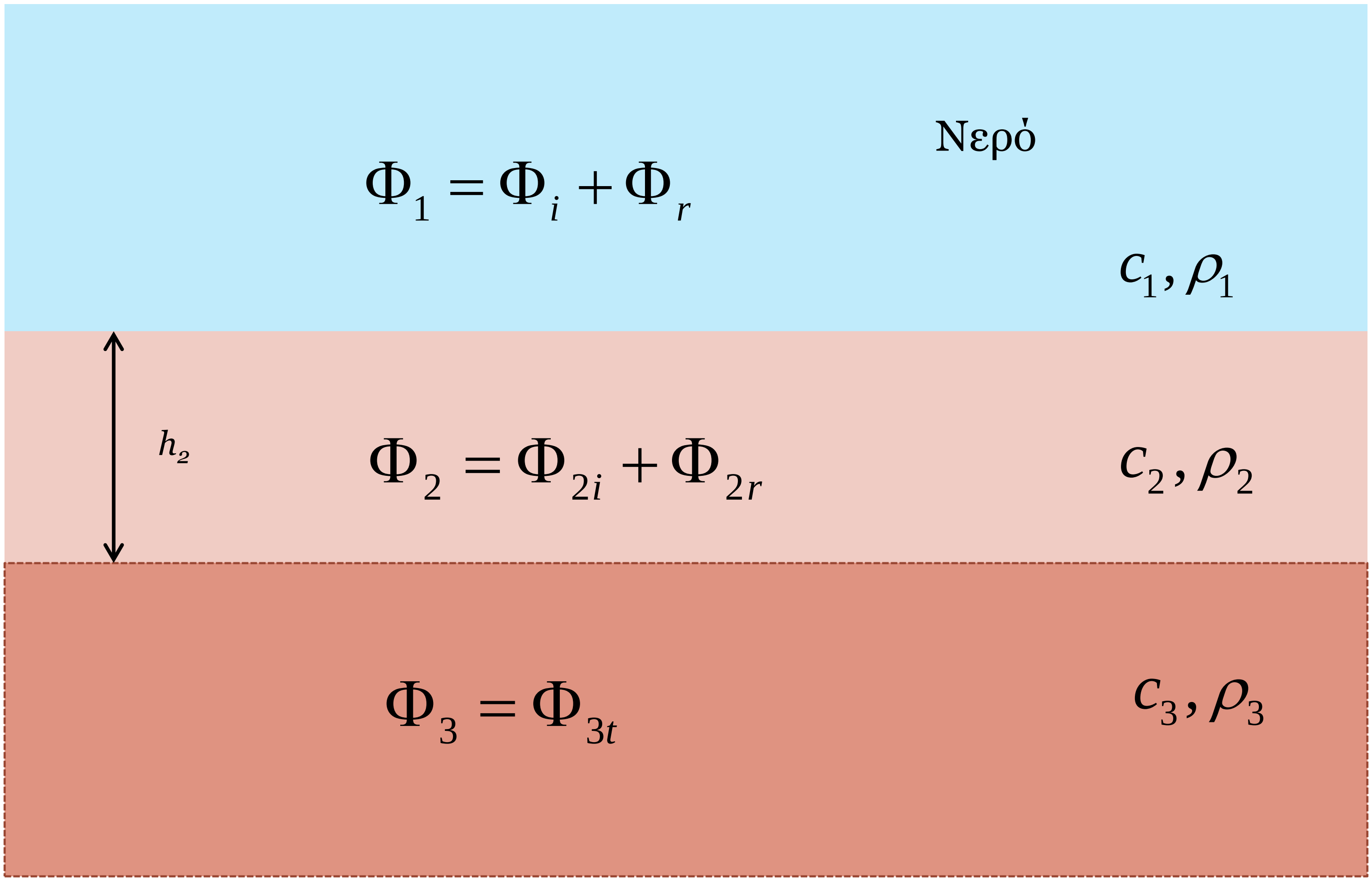
Ολική ανάκλαση μπορούμε να έχουμε εάν οποιοδήποτε στρώμα στον πυθμένα έχει ταχύτητα διάδοσης διαμήκων κυμάτων μεγαλύτερη από αυτή του νερού.

Υπολογισμός του συντελεστή ανάκλασης
ανάμεσα στο νερό και σε
πολυστρωματοποιημένο πυθμένα

Υπόθεση : Οριζόντιες παράλληλες επίπεδες επιφάνειες

2^{η} μέθοδος
Χρήση δυναμικών και οριακών συνθηκών

Νερό + 2 ρευστά στρώματα πυθμένα



Περίπτωση Ρευστού Πυθμένα

$$\Phi_1 = e^{i(k_x x + k_{z1} z - \omega t)} + R_{13} e^{i(k_x x - k_{z1} z - \omega t)}$$

$$\Phi_2 = A_2 e^{i(k_x x + k_{z2} z - \omega t)} + B_2 e^{i(k_x x - k_{z2} z - \omega t)}$$

$$\Phi_3 = A_3 e^{i(k_x x + k_3 z - \omega t)}$$

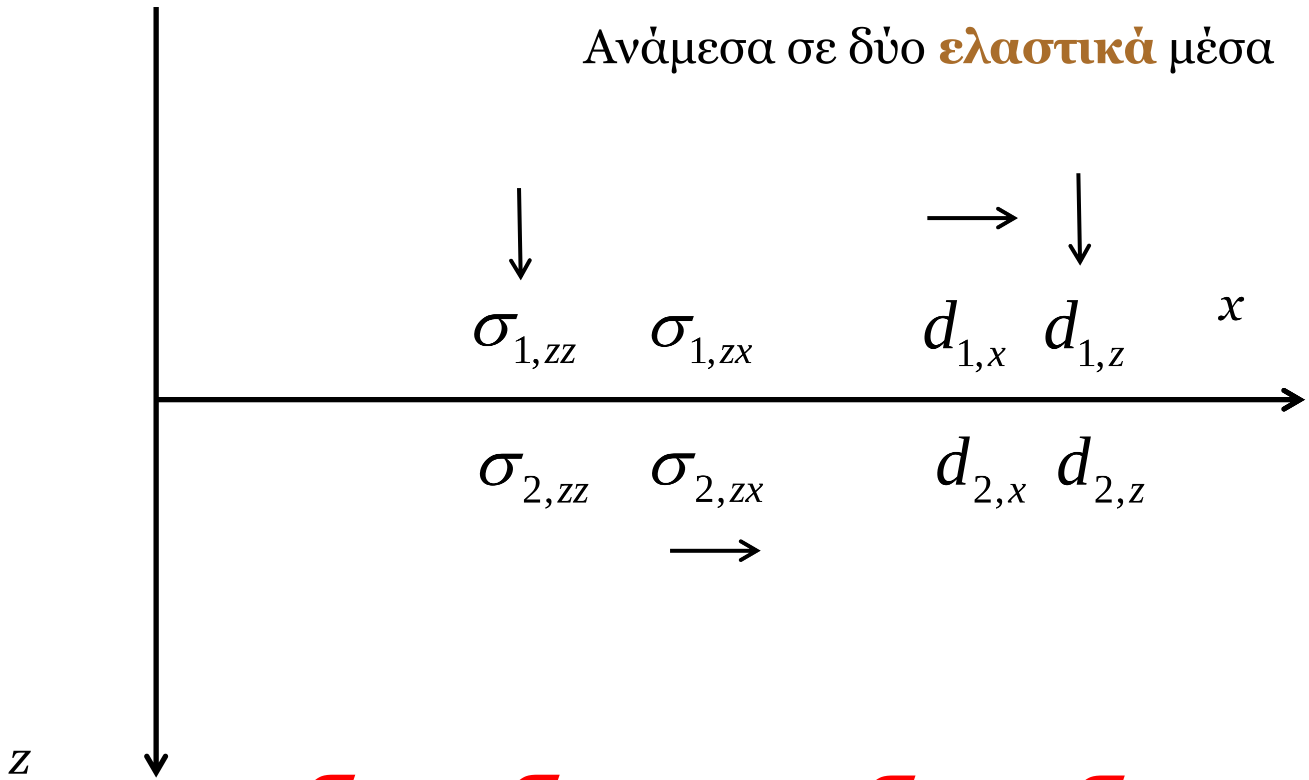
Εφαρμογή Οριακών Συνθηκών για $z=0$ και $z=h_2$

$$\sigma_{1,zz} = \sigma_{2,zz} \qquad d_{1,z} = d_{2,z}$$

$$\sigma_{2,zz} = \sigma_{3,zz} \qquad d_{2,z} = d_{3,z}$$

Οριακές συνθήκες στη διεπιφάνεια z=0

Ανάμεσα σε δύο **ελαστικά** μέσα



$$\sigma_{1,zz} = \sigma_{2,zz} \qquad \sigma_{1,zx} = \sigma_{2,zx}$$

$$d_{1,z} = d_{2,z} \qquad d_{1,x} = d_{2,x}$$

Κάθε στρώμα περιγράφεται από τα δυναμικά Φ και Ψ ανάλογα με το είδος του.

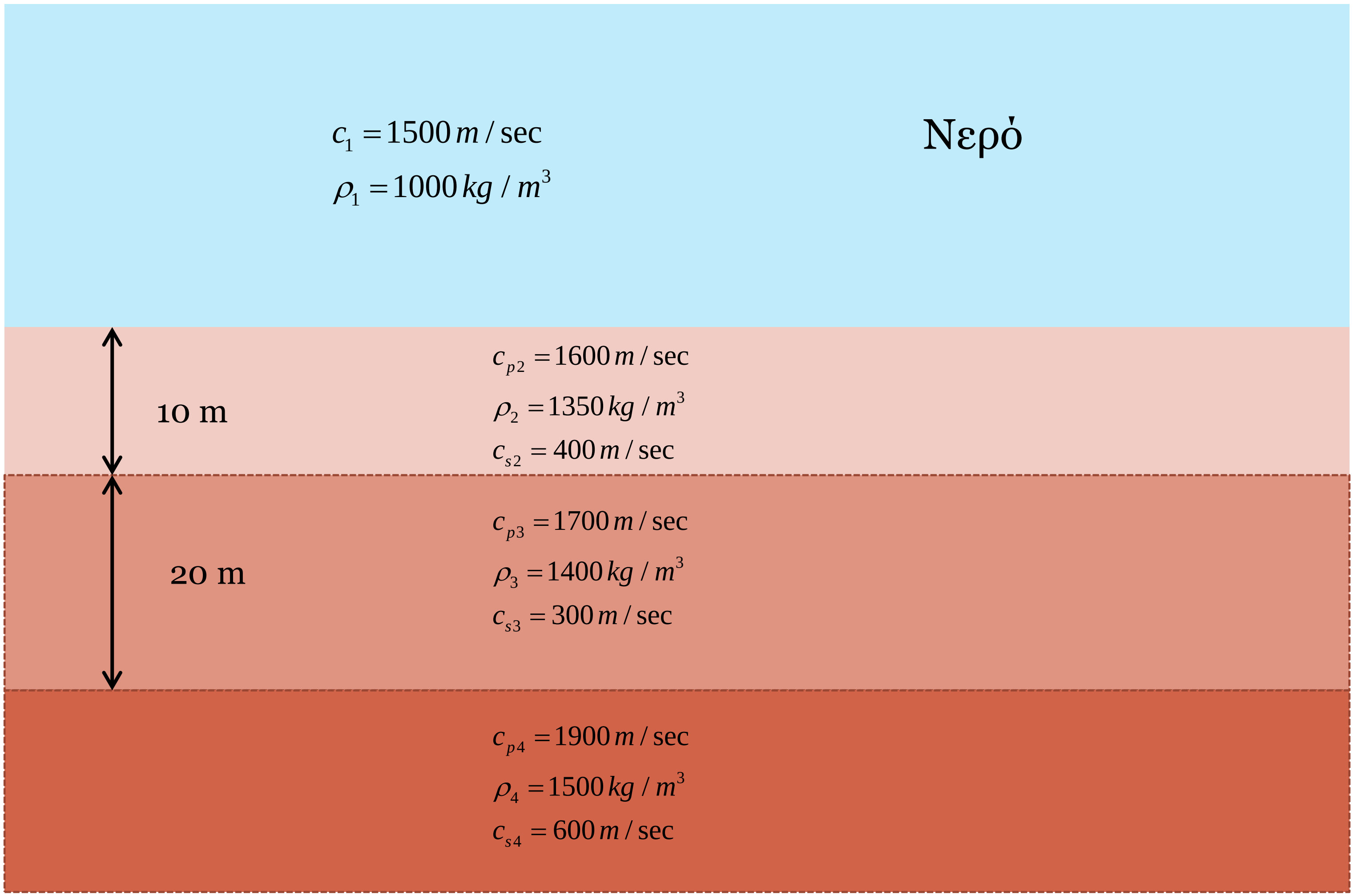
Τάσεις και μετατοπίσεις εκφράζονται συναρτήσει των δυναμικών.

Οι οριακές συνθήκες εφαρμόζονται σε όλες τις διεπιφάνειες .

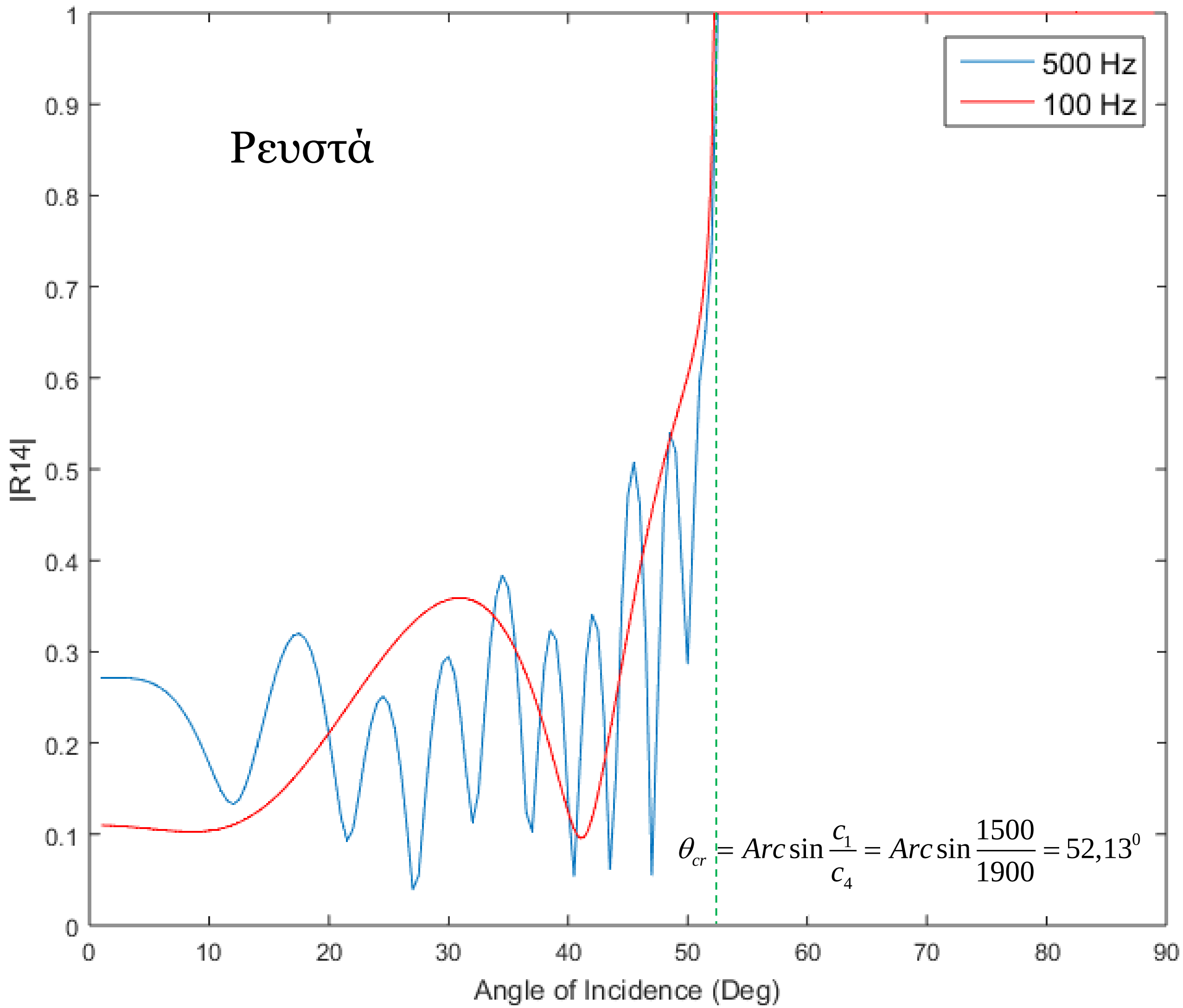
Προσοχή : Κάθε διεπιφάνεια βρίσκεται σε διαφορετικό βάθος !

Σύστημα εξισώσεων με αγνώστους τους συντελεστές των δυναμικών.

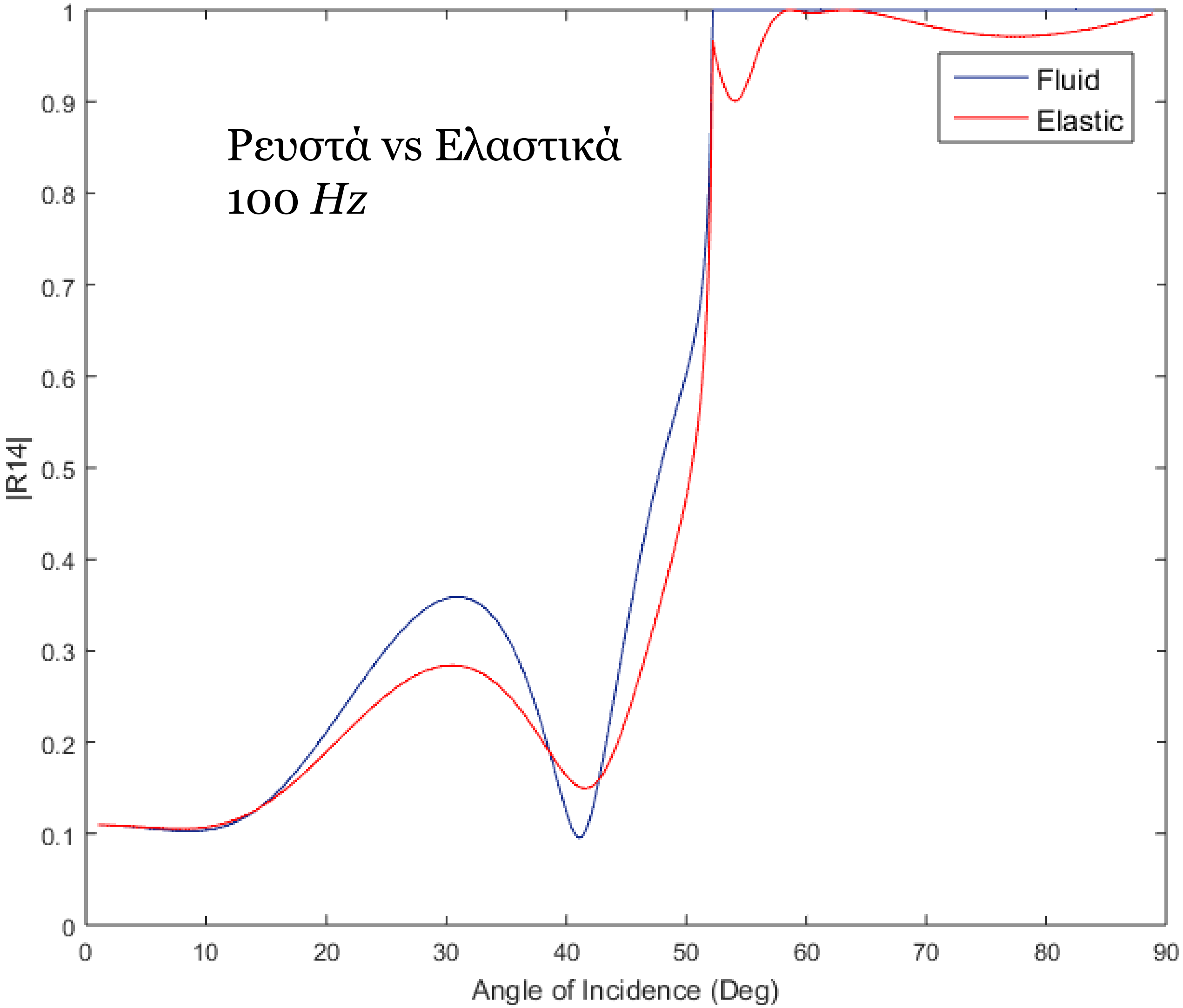
Νερό + 3 στρώματα πυθμένα



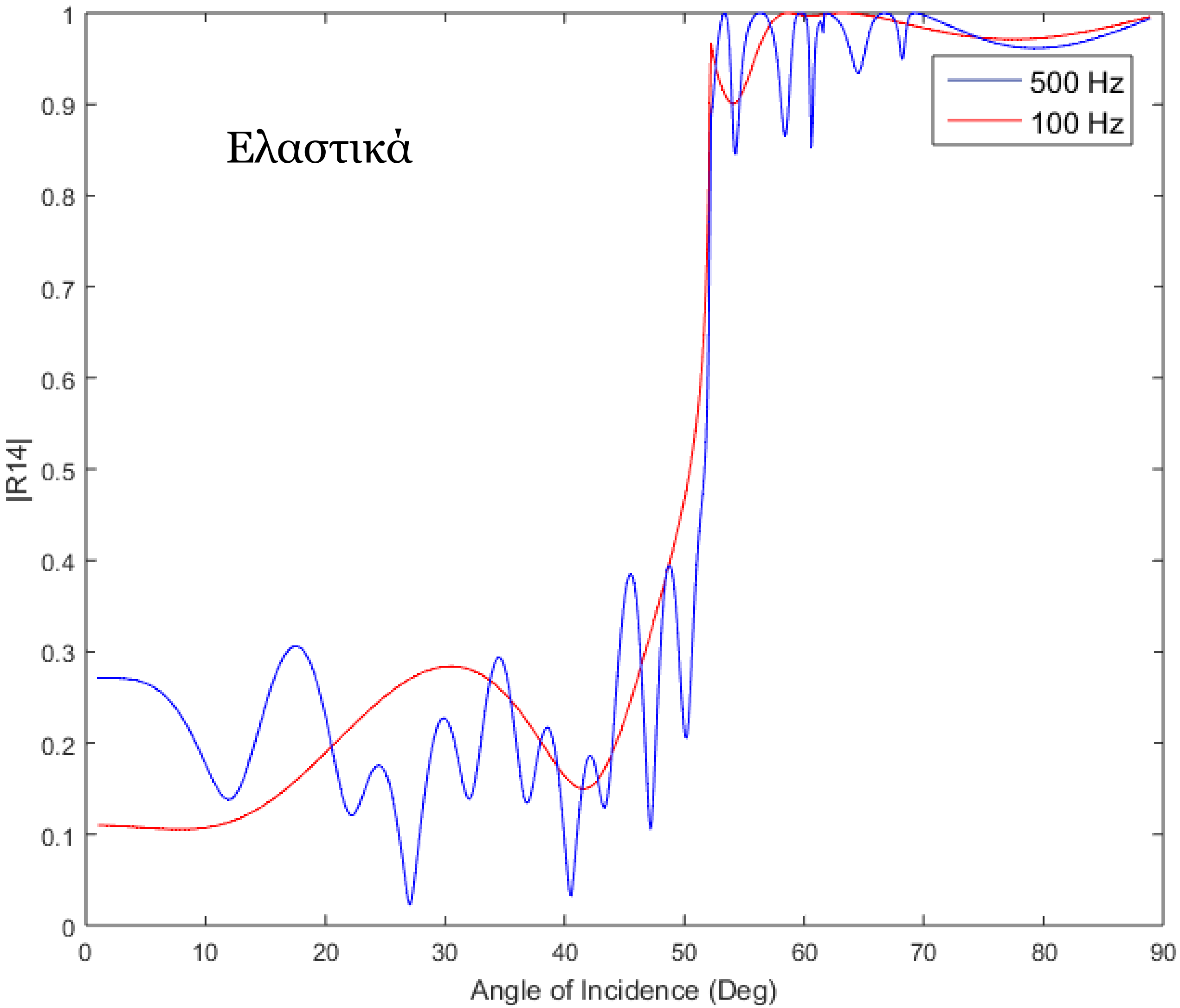
Νερό + 3 στρώματα πυθμένα



Νερό + 3 στρώματα πυθμένα



Νερό + 3 στρώματα πυθμένα



Απώλεια Πυθμένα – Bottom Loss (BL)

$$BL = -20\log\left|R_{1n}\right|$$

Για ολική ανάκλαση ($\left|R_{1n}\right| = 1$), BL=0