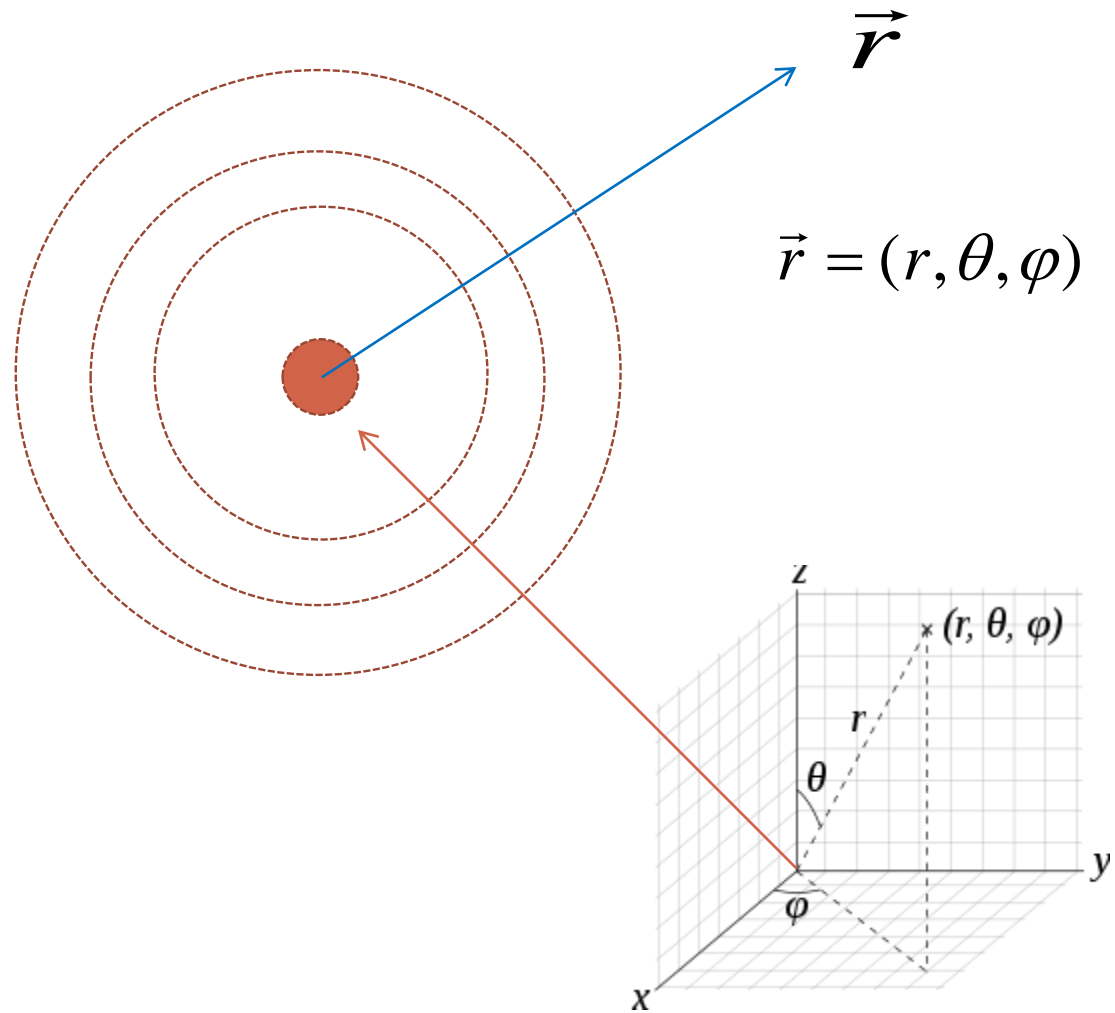


Γεωμετρική Ακουστική

Προσεγγιστικός
Υπολογισμός
Ακουστικής Πίεσης

Εισαγωγή στην Ακουστική Ωκεανογραφία

Πηγή στο σφαιρικό σύστημα συντεταγμένων



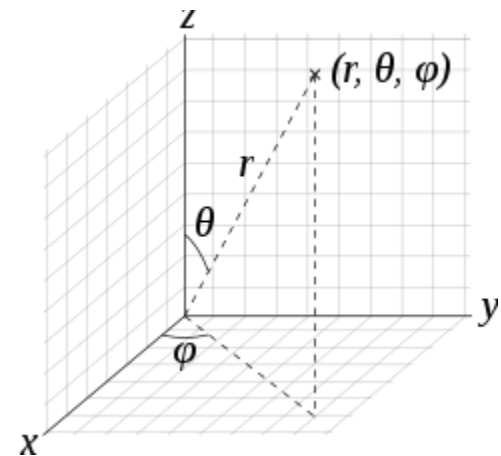
Πηγή στο σφαιρικό σύστημα συντεταγμένων

$$\nabla^2 p(\vec{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial t^2}$$

Ακουστική εξίσωση

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p(\vec{r}, t)}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\sin \theta \frac{\partial p(\vec{r}, t)}{\partial \theta} \right] + \\ + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial \varphi^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \end{aligned}$$

$$\vec{r} = (r, \theta, \varphi)$$



Πηγή στο σφαιρικό σύστημα συντεταγμένων

Για σφαιρική συμμετρία

Για ακουστικό πεδίο πολύ κοντά στην πηγή ή σε άπειρο χωρίο (ιδεατή περίπτωση)

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \frac{\partial}{\partial r} p(r, t) \right] = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} p(r, t)$$

$$p(r, t) = \frac{A}{r} \exp[i(kr - \omega t)]$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -\rho \frac{\partial u}{\partial t}$$

$$\text{Για } r \gg \quad p(r, t) \approx (\rho c)u(r, t)$$

Μέση Ένταση

$$p(r,t) \approx (\rho c)u(r,t) \quad \text{Μονάδες Pa (kg m}^{-1}\text{sec}^{-2}\text{)}$$

Στιγμιαία ένταση : Ισχύς που διαδίδεται δια μέσου της μονάδας της επιφάνειας (κάθετη στη διεύθυνση διάδοσης).

$$I(t) = p(r,t)u(r,t) \quad \text{Μονάδες W/m}^2 \text{ (kg sec}^{-3}\text{)}$$

Μέση ένταση (για u μιγαδικό):

$$\langle I \rangle = \text{Real} \left(\frac{1}{T} \int_0^T p(r,t)u^*(r,t)dt \right)$$

Μέση Ένταση

$$\langle I \rangle = \text{Real} \frac{1}{T} \left(\int_0^T p(r,t) u^*(r,t) dt \right)$$

$$\langle I \rangle \approx \text{Real} \left(\frac{1}{\rho c} \frac{1}{T} \int_0^T p(r,t)^2 dt \right)$$

$$|p|^2 = \frac{1}{T} \int_0^T p(r,t)^2 dt \quad |p| \quad \text{Μέση τετραγωνική πίεση}$$

$$\langle I \rangle \approx \frac{|p|^2}{\rho c}$$

Μέση τετραγωνική πίεση

$|p|$ Μέση τετραγωνική πίεση

Στην περίπτωση της πίεσης του κύματος,
η χρονική εξάρτηση του οποίου εκφράζεται μέσω του όρου

$$e^{-i\omega t}$$



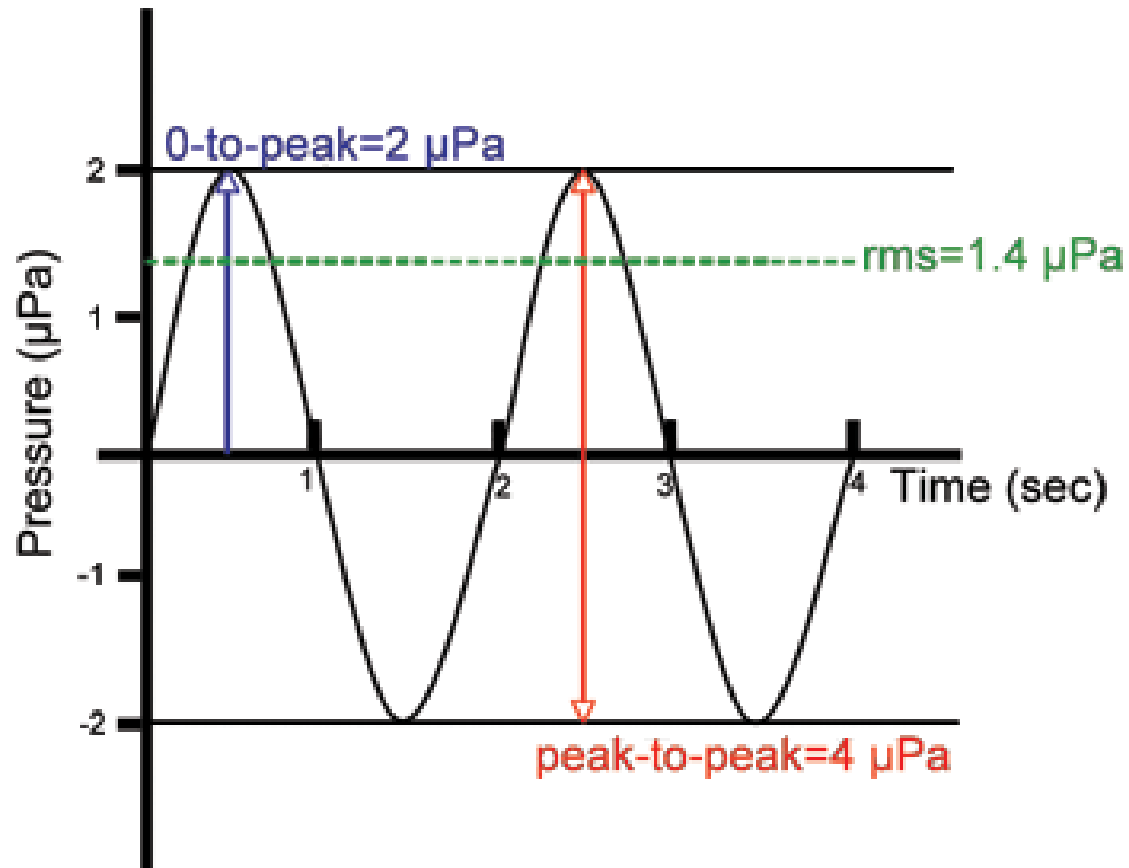
$$|p| = \frac{P}{\sqrt{2}}$$

P : Πλάτος του κύματος

$$\langle I \rangle \approx \frac{P^2}{2\rho c}$$

Ισχύει και για επίπεδα κύματα !

Μέση τετραγωνική πίεση



<https://dosits.org/science/advanced-topics/introduction-to-signal-levels/>

Ολική Ισχύς

Ολική Ισχύς (Watt)

$$\Pi = \int_S \langle I \rangle dS = \int_{4\pi} \langle I \rangle r^2 d\Omega$$

$$(d\Omega = dS / r^2)$$

$$\Pi = \langle I \rangle r^2 \int d\Omega = 4\pi r^2 \langle I \rangle = 4\pi r^2 \frac{|p|^2}{\rho c} = 4\pi r^2 \left(\frac{P^2}{2\rho c} \right)$$

$$|p| = \left(\frac{\Pi \rho c}{4\pi r^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad 1 \text{ Pa} = 1 \text{ N} / \text{m}^2$$

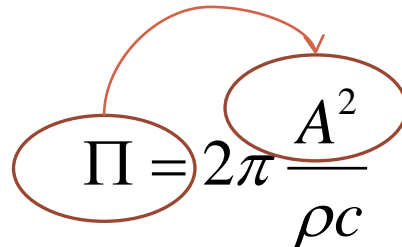
Ολική Ισχύς

$$|p| = \left(\frac{\Pi \rho c}{4\pi r^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Σφαιρικά κύματα

$$p(r, t) = \frac{A}{r} \exp[i(kr - \omega t)] = P \exp[i(kr - \omega t)]$$

$$|p| = \frac{P}{\sqrt{2}} = \frac{A}{r\sqrt{2}}$$

$$\Pi = 2\pi \frac{A^2}{\rho c}$$


Ανεξάρτητη της απόστασης

Μεγέθη εκφρασμένα σε dB

Επίπεδο Έντασης $SIL = 10 \log_{10} \frac{I}{I_{ref}}$ $dB re I_{ref}$

Επίπεδο πίεσης $SPL = 20 \log_{10} \frac{|p|}{|p_{ref}|}$ $dB re p_{ref}$

Μέσον	I_{ref}	p_{ref}
Αέρας	10^{-12} W/m^2	$20.4 \text{ } \mu\text{Pa}$
Νερό	$6.76 \times 10^{-19} \text{ W/m}^2$	$1 \text{ } \mu\text{Pa}$

$$p_{ref} = 1 \mu\text{Pa} (10^{-6} \text{ N/m}^2)$$

Επίπεδο πίεσης πηγής (SL)

$$SL = 20 \log_{10} \frac{|p_0|}{|p_{ref}|}$$

$$p_0 = p(r_0)$$

Τυπικά αναφερόμαστε σε απόσταση $r_0 = 1 \text{ m}$

Απώλεια διάδοσης

$$TL_{12} = SPL_1 - SPL_2$$

$$TL_{12} = 20 \log_{10} \frac{|p_1|}{|p_{ref}|} - 20 \log_{10} \frac{|p_2|}{|p_{ref}|} = 20 \log_{10} \frac{|p_1|}{|p_2|}$$

$$TL_{12} > 0 \iff SPL_2 < SPL_1$$

Για σφαιρική διάδοση

$$|p| = \frac{A}{r\sqrt{2}}$$

$$|p_2| = \frac{|p_1| r_1}{r_2}$$

$$TL_{12} = 20 \log_{10} \frac{r_2}{r_1}$$

Απώλεια διάδοσης

$$TL_{12} = SPL_1 - SPL_2$$

Για σφαιρική διάδοση

$$|p| = \frac{|p_0| r_0}{r}$$

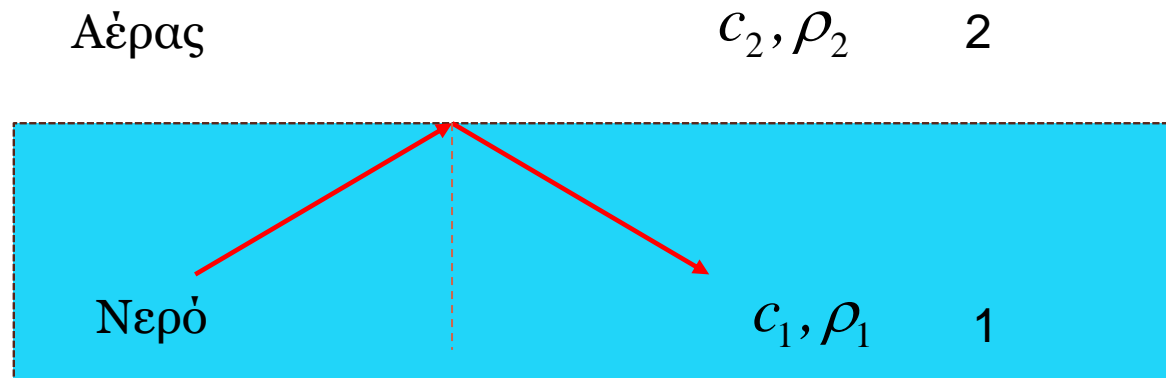
$$TL(r) = 20 \log_{10} \frac{r}{r_0} = 20 \log_{10} r$$

$$(r_0 = 1 \text{ m})$$

Απώλεια πυθμένα

$$BL = -20 \log_{10} \frac{|p_r|}{|p_i|} = -20 \log_{10} |R_{12}|$$

Απώλεια επιφάνειας



$$\rho_2 \approx 0 \implies R_{12} = \frac{\rho_2 c_2 \cos \theta_1 - \rho_1 c_1 \cos \theta_2}{\rho_2 c_2 \cos \theta_1 + \rho_1 c_1 \cos \theta_2} \approx -1$$

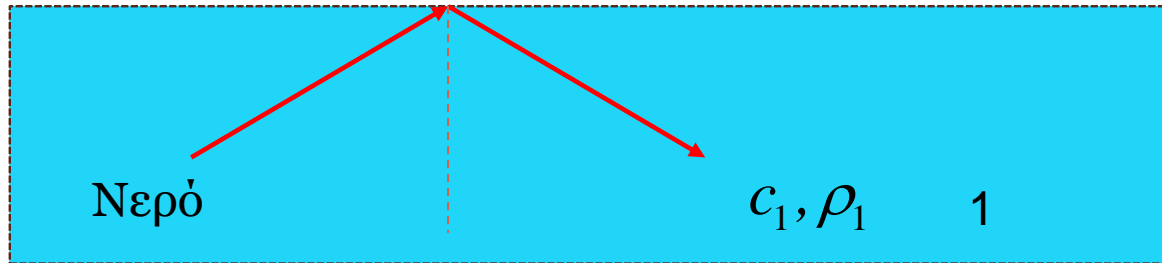
Απώλεια επιφάνειας

$$SUL = -20 \log_{10} \frac{|p_r|}{|p_i|} = -20 \log_{10} |R_{12}| = -20 \log_{10} |-1| = 0$$

Αέρας

c_2, ρ_2

2



$$\rho_2 \approx 0 \implies R_{12} = \frac{\rho_2 c_2 \cos \theta_1 - \rho_1 c_1 \cos \theta_2}{\rho_2 c_2 \cos \theta_1 + \rho_1 c_1 \cos \theta_2} \approx -1$$