

2^η ομάδα ασκήσεων

1. Για τους αγνώστους m_1, m_2, m_3 ενός φυσικού συστήματος του οποίου το μοντέλο είναι γραμμικό, δίδονται οι εξής σχέσεις εξάρτησης :

$$\begin{aligned}3m_1 - 2m_2 + m_3 &= 2 \\ m_1 + 2m_2 - 2m_3 &= -3\end{aligned}$$

- A. Υπολογίστε το γενικευμένο αντίστροφο στην περίπτωση της επίλυσης του προβλήματος με την αρχή του ελαχίστου μήκους
- B. Υπολογίστε τους πίνακες ανάλυσης παραμέτρων και μετρήσεων.
2. Σε ένα φυσικό σύστημα με αγνώστους m_1, m_2 μετά από μετρήσεις, έχουν προκύψει οι εξής σχέσεις μεταξύ τους :

$$\begin{aligned}m_1 + m_2 &= 3,6 \\ 2m_1 + 3m_2 &= 8,2 \\ 2m_1 - m_2 &= 0,3 \\ m_1 + 2m_2 &= 4,1\end{aligned}$$

- A. Υπολογίστε το γενικευμένο αντίστροφο στην περίπτωση λύσης ελαχίστων τετραγώνων με ισοδύναμες ως προς την ακρίβειά τους μετρήσεις.
- B. Υπολογίστε το γενικευμένο αντίστροφο στην περίπτωση που θεωρήσουμε τη δεύτερη μέτρηση 3 φορές πιο ακριβή από τις 1 και 3 και την τέταρτη μέτρηση με μισή ακρίβεια σε σχέση με τις 1 και 3. Βρείτε τις εκτιμήσεις των παραμέτρων σε αυτή την περίπτωση.
- Γ. Υπολογίστε τους πίνακες ανάλυσης παραμέτρων και μετρήσεων στις ανωτέρω περιπτώσεις.
- Δ. Υπολογίστε το εύρος των ανωτέρω πινάκων.
- Ε. Θεωρήστε την περίπτωση A, αλλά με μετρήσεις που παρουσιάζουν διασπορά που δίδεται από τον πίνακα συνδιακύμανσης μετρήσεων

$$[\text{cov}_u \mathbf{d}] = \begin{bmatrix} 0,9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,6 \end{bmatrix}$$

Υπολογίστε τον πίνακα συνδιακύμανσης

παραμέτρων καθώς και την ποιότητά του.