

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ Ι - 3η Σειρά Ασκήσεων

A

Ασκήσεις 1.41, 1.42, 1.48, 1.50, 1.52, 1.54, 1.56, 1.59, 1.61, 1.63, 1.66, 1.67, 1.68 και 1.71 από τις σημειώσεις του Χ. Κουρουνιώτη

B

Άσκηση 1

Εάν $A = L_1 D_1 U_1$ και $A = L_2 D_2 U_2$, δείξτε ότι $L_1 = L_2$, $D_1 = D_2$ και $U_1 = U_2$. Εάν ο A είναι αντιστρέψιμος, τότε η παραγοντοποίηση είναι μοναδική.

- α) Συμπεράνατε τις εξισώσεις $L_1^{-1} L_2 D_2 = D_1 U_1 U_2^{-1}$ και εξηγήστε γιατί η μία πλευρά είναι κάτω τριγωνική ενώ η άλλη άνω τριγωνική.
- β) Συγκρίνατε τις κύριες διαγωνίους σ' αυτήν την εξίσωση και κατόπιν συγκρίνατε και τα εκτός διαγωνίου στοιχεία.

Άσκηση 2

Υπολογίστε την συμμετρική παραγοντοποίηση LDL^T των πινάκων

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 3 & 12 & 18 \\ 5 & 18 & 30 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad B = \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix}$$

Άσκηση 3

Θεωρούμε τον πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & a \end{bmatrix}$$

- α) Βρείτε για ποιες τιμές του a ο πίνακας A είναι αντιστρέψιμος.
- β) Για τις παραπάνω τιμές του a , βρείτε τον αντίστροφο πίνακα A^{-1} του A .