

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ Ι - 4η Σειρά Ασκήσεων

A

Ασκήσεις 2.1, 2.4, 2.5, 2.8, 2.12, 2.14, 2.19, 2.21, 2.22, 2.26, 2.31 και 2.32 από τις σημειώσεις του X. Κουρουγιώτη

B

Άσκηση 1

Βρείτε την τιμή του c που καθιστά δυνατή τη λύση του συστήματος

$$\begin{aligned}u + v + 2w &= 2 \\2u + 3v - w &= 5 \\3u + 4v + w &= c\end{aligned}$$

Άσκηση 2

α) Βρείτε όλες τις λύσεις του

$$Ux = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

β) Ποιες είναι οι λύσεις αν η δεξιά πλευρά αλλάξει από $(0, 0, 0)$ σε $(a, b, 0)$;

Άσκηση 3

Έστω

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

α) Βρείτε τις λύσεις του ομογενούς συστήματος $A\vec{x} = \vec{0}$. Προσδιορίστε τις βασικές και ελεύθερες μεταβλητές. Βρείτε διανύσματα του \mathbb{R}^5 που παράγουν τον μηδενόχωρο $N(A)$ του πίνακα A .

β) Βρείτε τις λύσεις του συστήματος $A\vec{x} = \vec{b}$ ως άθροισμα μιας ειδικής λύσης και των λύσεων του ομογενούς συστήματος.

γ) Επιλέξτε ένα διάνυσμα \vec{c} του \mathbb{R}^4 έτσι ώστε το σύστημα $A\vec{x} = \vec{c}$ να μην έχει λύση.

Άσκηση 4

Βρείτε για ποια τιμή του t ο πίνακας

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & t & 2 \\ 1 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

έχει τάξη 2.