# ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ Ι - 5η Σειρά Ασκήσεων

## Α

Ασκήσεις **2.34**, **2.35**, **2.36**, **2.38**, **2.43**, **2.46**, **2.47** και **2.49** από τις σημειώσεις. του Χ. Κουρουνιώτη

## Β

### Άσκηση 1

Περιγράψτε γεωμετρικά τον υπόχωρο του $\mathbb{R}^3$ που παράγεται από τα

α΄) $(0,0,0),(0,1,0),(0,2,0)$.

β΄) $(0,0,1),(0,1,1),(0,2,1)$

γ΄) και τα έξι προηγούμενα διανύσματα. Ποια ζεύγη από αυτά αποτελούν βάση;

δ΄) όλα τα διανύσματα με θετικές συνιστώσες.

### Άσκηση 2

Δείξτε ότι αν οι $V$ και $W$ είναι τρισδιάστατοι υπόχωροι του $\mathbb{R}^5$, τότε οι $V$ και $W$ έχουν ένα κοινό μη μηδενικό διάνυσμα.
*Υπόδειξη:* Ξεκινήστε από βάσεις για τους δύο υπόχωρους, που συνολικά σχηματίζουν σύνολο έξι διανυσμάτων.

### Άσκηση 3

Θεωρούμε τα διανύσματα του $\mathbb{R}^4$

$$\vec{v}_1 = \begin{bmatrix}1\\1\\0\\1\end{bmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{bmatrix}1\\0\\1\\0\end{bmatrix}, \quad \vec{v}_3 = \begin{bmatrix}0\\-1\\1\\-1\end{bmatrix}, \quad \vec{v}_4 = \begin{bmatrix}1\\3\\1\\1\end{bmatrix}, \quad \vec{w} = \begin{bmatrix}4\\1\\2\\1\end{bmatrix}$$

α΄) Εξετάστε αν τα διανύσματα $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4$ είναι γραμμικά ανεξάρτητα.

β΄) Εξετάστε αν το διάνυσμα $\vec{w}$ ανήκει στο διανυσματικό υπόχωρο $V =< \vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4 >\subseteq \mathbb{R}^4$.