Εισαγωγή στην Ακουστική Ωκεανογραφία

2023-2024

Ασκήσεις 4ης Σειράς Προσεγγιστικός υπολογισμός ακουστικού πεδίου.

Λύσεις Ασκήσεων

1. Ηχητική πηγή εκπέμπει ακουστικό σήμα πολύ στενής δέσμης, υπό γωνία 60^0 ως προς τον άξονα των *z* σε θάλασσα βάθους 1000 μέτρων και από βάθος 100 μέτρων. Το προφίλ ταχύτητας στην εν λόγω θάλασσα δίδεται από τη σχέση $c(z)=1500-0{,}02z$, όπου *z* είναι το βάθος της θάλασσας με $z=0$ να αντιστοιχεί στην επιφάνεια της θάλασσας. Υπολογίστε τη συνολική απώλεια διάδοσης του σήματος όταν αυτό επιστρέψει στο βάθος της πηγής μετά από ανάκλαση στον πυθμένα της θάλασσας. Ο πυθμένας θεωρείται ρευστός, ημιάπειρης έκτασης με δεδομένα c_2 = 1700 m/sec και ρ_2 = 1300 kg/m^3. Πυκνότητα νερού 1025 kg/m^3. Αγνοείστε την φυσική εξασθένηση.

   Στη συνέχεια επαναλάβετε τους υπολογισμούς σας θεωρώντας ότι η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στο νερό είναι σταθερή και ίση με 1500 m/sec. Τι παρατηρείτε ;

   Λύση

Με δεδομένο ότι η εκφώνηση αναφέρεται σε πολύ στενή δέσμη, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η γωνία αναφοράς θα αναφέρεται στον άξονα της δέσμης.

Ξεκινάμε υπολογίζοντας την απώλεια διάδοσης στο νερό. Αυτή θα προκύψει κατά τα γνωστά υπολογίζοντας γεωμετρικά τη διαδρομή δύο ηχητικών ακτίνων που εκπέμπουν με μικρή διαφορά γωνιών και εφαρμόζοντας τους ανάλογους τύπους.

Θα μπορούσαμε λοιπόν να θεωρήσουμε δύο ακτίνες με εκπομπή $60+\Delta\theta$ και $60-\Delta\theta$ με $\Delta\theta$ π.χ. 0.05 rad και να κάνουμε τους υπολογισμούς μας. Επειδή δεν κάνει μεγάλη διαφορά εάν θεωρήσουμε δύο ακτίνες πολύ κοντά η μία στην άλλη με τη μία να είναι η ακτίνα αναφοράς, θα χρησιμοποιήσουμε αυτή τη διαδικασία.

Θεωρούμε λοιπόν $\theta_1=60^o$ και $\theta_2=61^o$. Η διαφορά σε rad είναι $\Delta\vartheta=0.01745$.

Υπολογίζομε τη διαδρομή για την ακτίνα με θ_1=60°.

Δίνουμε στη συνέχεια τους υπολογισμούς με επεξηγήσεις και αναλυτικές πράξεις μόνο όταν χρειάζεται.

$$c(z_0) = c(100) = 1498\, m/\sec$$

$$\alpha = \frac{\sin 60}{c(100)} = 5.7812 \times 10^{-4}$$

$R = \dfrac{1}{ab} = -86487\, m$ (διατηρούμε το πρόσημο για να χρησιμοποιήσουμε αυτούσιους τους τύπους που μας δίδουν την οριζόντια απόσταση).

Η γωνία πρόσπτωσης στον πυθμένα θ_b που είναι στα 1000 μέτρα υπολογίζεται από Νόμο Snell

$$\frac{\sin 60}{1498} = \frac{\sin\theta_b}{c(1000)} = \frac{\sin\theta_b}{1480} \Rightarrow ....\theta_b = 58.82^0$$

Απόσταση πρόσπτωσης στον πυθμένα (προσοχή στα πρόσημα – το Δx πρέπει να είναι θετικό).

$$\Delta x = R\left(\cos 60^o - \cos 58.82^o\right) = 1533.27\ m$$

Διπλασιάζοντας βρίσκομε την απόσταση μέχρι το βάθος εκπομπής από συμμετρία. Άρα r=3066.55 m.

Κάνομε την ίσια διαδικασία για τη δεύτερη ακτίνα (61°).

Υπολογίζομε νέο α', νέα ακτίνα κύκλου R', νέα γωνία πρόσπτωσης στον πυθμένα $\theta_b^{'}$, και νέες οριζόντιες αποστάσεις. Κάντε τις πράξεις μόνοι σας για να επιβεβαιώσετε τις επόμενες τιμές :

$$\alpha' = 5.8386 \times 10^{-4},\ R' = -85637.2\ m,\ \theta_b^{'} = 59.78^o,\ r' = 3170.63\, m$$

Συνεπώς έχομε διαφορά στην οριζόντια απόσταση λήψης Δr=104.08 m

Χρησιμοποιούμε τον τύπο 3.2.22 των σημειώσεων που μας δίδει την απώλεια διάδοσης *TL* και έχομε

$$TL = 10\log_{10}\frac{r}{r_0} - 10\log_{10}\frac{\rho c}{\rho_0 c_0} + 10\log_{10}\frac{L}{r_0\sin\theta_0\Delta\theta}$$

Παρατηρούμε ότι επειδή πηγή και δέκτης είναι στο ίδιο βάθος, πυκνότητες και ταχύτητες διάδοσης είναι ίδιες. Επίσης έχομε $r_0 = 1m$, $L = \Delta r\cos\theta_m = 104.08\times\cos 60.5^o = 51.25m$. Επίσης μπορούμε να θεωρήσουμε ως r τη μέση τιμή ανάμεσα στις αποστάσεις λήψης των δύο ακτίνων που θεωρήσαμε εφ' όσον και η γωνία που θα χρησιμοποιηθεί στον τύπο είναι η θ_m. Η απόσταση αυτή είναι $r_m = \dfrac{r+r'}{2} = \dfrac{3066.55+3170.63}{2} = 3118.59m$

Επομένως

$$TL = 10\log_{10} r_m + 10\log_{10}\frac{L}{\sin\theta_m\Delta\theta} = 10\log_{10}3118.59 + 10\log_{10}\frac{51.25}{\sin 60.5\times 0.01745} =$$
$$= 70.22\,\mathrm{dB}$$

Στην απώλεια αυτή θα πρέπει να προσθέσουμε την απώλεια πυθμένα μια και η ακτίνα έχει ήδη κτυπήσει στον πυθμένα. Για τον υπολογισμό, θεωρούμε κατά τα γνωστά ότι η ακτίνα αναφέρεται σε επίπεδα κύματα και θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο υπολογισμού του συντελεστή ανάκλασης από τον πυθμένα. Αφού έχομε τις παραμέτρους του πυθμένα το στοιχείο που θα μας δώσει τη δυνατότητα να εφαρμόσουμε τους σχετικούς τύπους είναι η γωνία πρόσπτωσης την οποία όμως έχομε ήδη υπολογίσει. Θα θεωρήσουμε και εδώ τη μέση γωνία πρόσπτωση ανάμεσα στις δύο ακτίνες που είναι $\theta_{bm} = \dfrac{58.82+59.78}{2} = 59.3^0$

Επομένως χρησιμοποιούμε τον τύπο $R_{12} = \dfrac{\rho_2 c_2\cos\theta_1 - \rho_1 c_1\cos\theta_2}{\rho_2 c_2\cos\theta_1 + \rho_1 c_1\cos\theta_2}$

Προσοχή ! Οι ταχύτητα c_1 είναι εκείνη που αφορά την ταχύτητα διάδοσης του ήχου στο νερό αλλά στο βάθος του πυθμένα c(1000). Η γωνία $\theta_1 = \theta_{bm}$ και η γωνία θ_2 θα υπολογιστεί από το Νόμο του Snell.

Έχουμε λοιπόν $\dfrac{\sin\theta_1}{c(1000)} = \dfrac{\sin 59.3}{1480} = \dfrac{\sin\theta_2}{1700} \Rightarrow ....\theta_2 = 80.99^o$

Αντικαθιστώντας όλες τις γνωστές τιμές στη σχέση που δίδει το συντελεστή ανάκλασης έχομε :

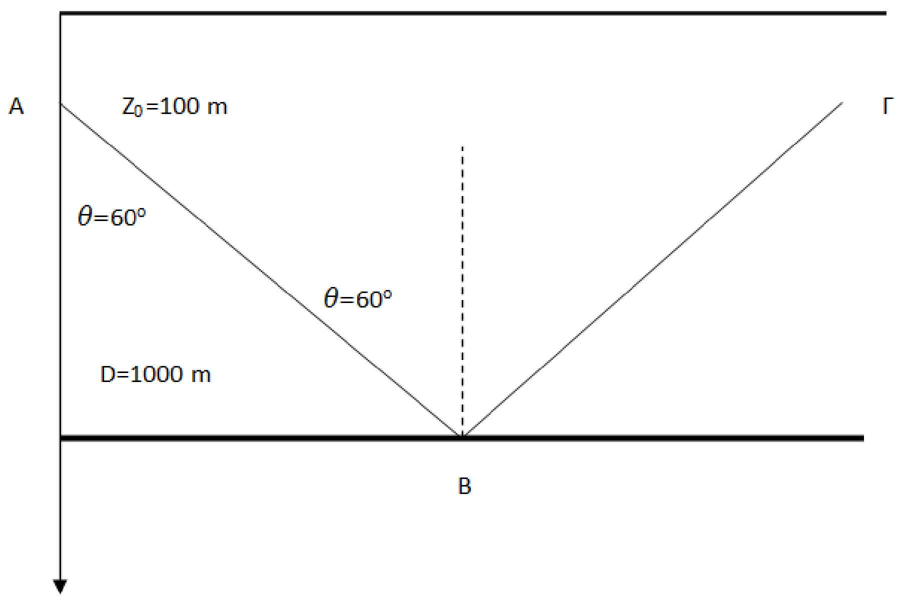
$$R_{12} = \frac{\rho_2 c_2\cos\theta_1 - \rho_1 c_1\cos\theta_2}{\rho_2 c_2\cos\theta_1 + \rho_1 c_1\cos\theta_2} = ...0.659$$

Επομένως η απώλεια πυθμένα είναι $BL = -20\log|R_{12}| = 3.62\,\mathrm{dB}$ πολύ μικρή απώλεια, λόγω γειτνίασης της γωνίας πρόσπτωσης με την κρίσιμη γωνία που εδώ είναι $\theta_{cr} = \sin^{-1}\dfrac{1480}{1700} = 60.52^o$

Επομένως συνολική απώλεια $TL_{tot} = TL + BL = 73.84\,\mathrm{dB}$

Όταν η ταχύτητα του ήχου είναι σταθερή, δεν υπάρχει καμπύλωση της ηχητικής ακτίνας που διδίδεται σε ευθεία γραμμή. Επομένως μπορεί να θεωρήσουμε και πάλι το πρόβλημά μας με δυο γειτονικές ακτίνες και να επαναληφθούν όλοι οι υπολογισμοί. Ωστόσο εδώ δεν έχομε διαδρομή σε περιφέρεια κύκλου και θα πρέπει να εφαρμοστεί απλή Ευκλείδεια Γεωμετρία. Θα αλλάξει προφανώς η απόσταση πρόσπτωσης στον πυθμένα αλλά και οι γωνίες πρόσπτωσης και διάδοσης με τη γωνία πρόσπτωσης να είναι η ίδια η αρχική.

Στο επόμενο σχήμα βλέπομε τη διαδρομή της ηχητικής ακτίνας από την πηγή στο δέκτη που βρίσκεται σε βάθος 100 μέτρων όπως και η πηγή. Το σχήμα δεν είναι σε κλίμακα.



Η απόσταση ΑΒ είναι AD/cos60^o=900/cos60^o=1800 m

Η απόσταση DB είναι ABsin60^0=1558.85 m

Η απόσταση ΑΓ είναι 2xDB=3117.69 m (έναντι 3066.55 m όταν η ακτίνα ακολουθούσε το δοσμένο αρχικά προφίλ ταχύτητας.)

Για γωνία 61^0 τα αντίστοιχα μεγέθη (δεν παρουσιάζονται στο σχήμα είναι)

Η απόσταση ΑΒ' είναι $AD/\cos 61^o = 900/\cos 61^o = 1856.4$ m

Η απόσταση DB' είναι $AB'\sin 61^0 = 1623.64$ m

Η απόσταση ΑΓ' είναι $2 \times DB' = 3247.28$ m (έναντι 3170.63 m όταν η ακτίνα ακολουθούσε το δοσμένο αρχικά προφίλ ταχύτητας.)

Η διαφορά $\Delta r = 129.59$ m

Με αντικατάσταση στους γνωστούς τύπους που δίδουν την απώλεια διάδοσης και χρησιμοποιώντας την μέση γωνία 60.5^o και τη μέση οριζόντια απόσταση $r_m = 3182.49$ m, θα πάρομε

$$L = \Delta r \cos\theta_m = 129.59 \times \cos 60.5^o = 63.81m$$

$$TL = 10\log_{10} r_m + 10\log_{10}\frac{L}{\sin\theta_m \Delta\theta} = 10\log_{10} 3182.49 + 10\log_{10}\frac{63.81}{\sin 60.5 \times 0.01745} =$$
$$= 71.26\,\text{dB}$$

Η διαφορά σε σχέση με την περίπτωση που η διάδοση ήταν σε θάλασσα με μεταβαλλόμενο προφίλ ταχύτητας δεν είναι πολύ μεγάλη ! Επίσης δεν χρειάστηκε η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στο νερό αφού, αφ' ενός μεν πηγή και δέκτης ήταν στην ίδια θέση, αφ' ετέρου δε η ταχύτητα διάδοσης του ήχου ήταν σταθερή. Η συχνότητα του ηχητικού κύματος δεν μπήκε στους υπολογισμούς. (Θα έμπαινε εάν θεωρούσαμε και τη φυσική εξασθένηση).

Κάντε μόνοι σας τους υπολογισμούς για τη νέα απώλεια πυθμένα.