

Φυλλάδιο 1

22.4.2023

1. Να βρεθούν τα ακρότατα του συναρτησοειδούς

$$J(y) = \int_0^1 (y^2 + (y' - 2)^2) dx$$

χρησιμοποιώντας την εξίσωση *Euler – Lagrange* σε μορφή

$$L_y - L_{xy'} - L_{yy'}y' - L_{y'y'}y'' = 0$$

και σε μορφή

$$L - y'L_{y'} = C.$$

2. Να βρεθεί το ακρότατο \tilde{y} του συναρτησοειδούς

$$J(y) = \int_0^1 (y^2 + y'^2) dx$$

με περιορισμό

$$y(0) = 0, \quad y(1) = e - \frac{1}{e}.$$

Υπολογίστε την τιμή το J στο \tilde{y} .

3. Να βρεθεί το ελάχιστο των άνω συναρτησοειδών με περιορισμό $y(0) = y(1) = 0$.

4. Να βρεθεί το ακρότατο \tilde{y} του συναρτησοειδούς

$$J(y) = \int_0^{\pi/2} (y'^2 - y^2 - x^2 y') dx$$

με περιορισμό

$$y(0) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}.$$

Υπολογίστε την τιμή το J στο \tilde{y} .

5. Να βρεθεί το ακρότατο του συναρτησοειδούς

$$J(y) = \int_1^2 \frac{\sqrt{1 + y'^2}}{x} dx$$

με περιορισμό

α.) $y(1) = 0, \quad y(2) = 1,$

β.) $y(1) = 1, \quad y(2) = 1.$