

Άσκηση 1.1 : Έστω $a, b, t_0 \in \mathbb{R}$, με $a < t_0 < b$. Βρείτε για ποιά διαστήματα (a, b) και ποιά $y_0 \in \mathbb{R}$ υπάρχουν συναρτήσεις $y : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ οι οποίες είναι παραγωγίσιμες στο (a, b) και είναι λύσεις του προβλήματος:

$$\begin{aligned}y'(t) &= y^4(t) \quad \forall t \in (a, b), \\y(t_0) &= y_0.\end{aligned}$$

Άσκηση 1.2 : Έστω $a, b, t_0 \in \mathbb{R}$, με $a < t_0 < b$. Βρείτε για ποιά διαστήματα (a, b) και ποιά $y_0 \in \mathbb{R}$ υπάρχουν συναρτήσεις $y : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ οι οποίες είναι παραγωγίσιμες στο (a, b) και είναι λύσεις του προβλήματος:

$$\begin{aligned}y(t) y'(t) + (1 + y^2(t)) \cos(t) &= 0 \quad \forall t \in (a, b), \\y(t_0) &= y_0.\end{aligned}$$

Άσκηση 1.3 : Έστω $a, b, t_0 \in \mathbb{R}$, με $a < t_0 < b$. Βρείτε για ποιά διαστήματα (a, b) και ποιά $y_0 \in \mathbb{R}$ υπάρχουν συναρτήσεις $y : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ οι οποίες είναι παραγωγίσιμες στο (a, b) και είναι λύσεις του προβλήματος:

$$\begin{aligned}(1 - t^2) y'(t) + (1 - y^2(t)) &= 0 \quad \forall t \in (a, b), \\y(t_0) &= y_0.\end{aligned}$$

Γ. Ζουράρης