

Έστω $a, b, t_0 \in \mathbb{R}$, με $a < t_0 < b$. Βρείτε για ποιά διαστήματα (a, b) και ποιά $y_0 \in \mathbb{R}$ υπάρχουν συναρτήσεις $y : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ οι οποίες είναι παραγωγίσιμες στο (a, b) και λύνουν τα παρακάτω προβλήματα:

1. $y'(t) = -4ty^2(t), \quad y(0) = 1.$
2. $y'(t) = \frac{8t^3}{y(t)}, \quad y(0) = -1.$
3. $y'(t) = y(t) \sin(2t), \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1.$
4. $y'(t) = y^2(t) e^{1-t}, \quad y(1) = \frac{1}{3}.$
5. $y'(t) = \frac{1+e^{-t}}{2y(t)+2}, \quad y(0) = -1.$
6. $y'(t) = 2y(t) e^{2t+1}, \quad y\left(-\frac{1}{2}\right) = e^2.$
7. $(1+2t)y'(t) = 3+y(t), \quad y(0) = -2.$
8. $3(t^2+2)y^2(t)y'(t) = 4t, \quad y(1) = (\ln(9))^{\frac{1}{3}}.$
9. $(4-t^2)y'(t) = 4y(t), \quad y(0) = 1.$
10. $y'(t) = \frac{t-3}{y^2(t)+1}, \quad y(0) = 1.$
11. $2y(t) \sqrt{t^2+2t+6} y'(t) = t+1, \quad y(1) = -2.$
12. $y'(t) = \frac{t^2+1}{4y(t)+e^{-2y(t)}}, \quad y(0) = 0.$
13. $y'(t) = \frac{te^{2t}}{y^4(t)+2y(t)}, \quad y(0) = -1.$
14. $y'(t) = \frac{2t+1}{\sin(y(t))+2y(t)}, \quad y(0) = 0.$
15. $y'(t) = \frac{2 \sin(2t)}{4y^3(t)+3y^2(t)}, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1.$

Γ. Ζουράρης