Τμημα Μαθηματικων
και Εφαρμοσμενων
Μαθηματικων,
Πανεπιστημιο Κρητης,
Ηρακλειο Κρητης

ΜΕΜ-271 Διαφορικες Εξισωσεις
Εαρινο Εξαμηνο 2018
Εργαστηριο Ασκησεων 5

5.1 Βρείτε τη γενική λύση του παρακάτω προβλήματος αρχικών τιμών:

$$y'(t) = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} y(t), \quad y(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

βασιζόμενοι στις ιδιοτιμές και τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα του πίνακα του γραμμικού συστήματος.

5.2 Βρείτε τη γενική λύση του παρακάτω προβλήματος αρχικών τιμών:

$$y'(t) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} y(t), \quad y(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

ανάγοντάς το σε μια ομογενή, γραμμική, Σ.Δ.Ε. 2ης τάξης.

5.3 Βρείτε τη γενική λύση του παρακάτω προβλήματος αρχικών τιμών:

$$y'(t) = \begin{pmatrix} 2 & \frac{3}{2} \\ -3 & -\frac{5}{2} \end{pmatrix} y(t) + \begin{pmatrix} 8\,e^{2t} \\ 6(t-3)e^{2t} \end{pmatrix}, \quad y(0) = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix},$$

ανάγοντάς το σε μια μη ομογενή, γραμμική, Σ.Δ.Ε. 2ης τάξης.

5.4 Βρείτε τη γενική λύση της παρακάτω Σ.Δ.Ε.

$$t\,y''(t) - (2\,t+1)\,y'(t) + 2\,y(t) = 0$$

Υπόδειξη. Πρώτα βρείτε λύση $y_1(t) = e^{\kappa\,t}$ και στη συνέχεια λύση $y_2(t) = y_1(t)\,v(t)$.

5.5 Βρείτε τη γενική λύση της παρακάτω Σ.Δ.Ε.

$$(t^2+1)\,y''(t) - 2\,t\,y'(t) + 2\,y(t) = 0$$

Υπόδειξη. Εξετάστε αν ενα πολυώνυμο 2ου βαθμού είναι λύση.