

6.1.

$$\begin{aligned}u_t(t, x) + u_x(t, x) &= x(u(t, x) + 1) \quad \forall t > 0, \forall x \in \mathbb{R}, \\u(0, x) &= \cos(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

6.2.

$$\begin{aligned}u_t(t, x) - (t + x)u_x(t, x) &= (x - 1 + t)e^t \quad \forall t > 0, \forall x \in \mathbb{R}, \\u(0, x) &= \phi(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

6.3.

$$\begin{aligned}u_t(t, x) + (t - x)u_x(t, x) &= (x + 1 - t)e^t \quad \forall t > 0, \forall x \in \mathbb{R}, \\u(0, x) &= \phi(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

6.4.

$$\begin{aligned}u_t(t, x) + u_x(t, x) + u(t, x) &= e^{t+2x} \quad \forall t > 0, \forall x \in \mathbb{R}, \\u(0, x) &= 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

Υπόδειξη. Ορίστε  $w(t, x) = e^t u(t, x)$ .

6.5. Βρείτε τη γενική λύση του προβλήματος αρχικών τιμών

$$\begin{aligned}y_1'(t) &= y_2(t), \quad t > 0, \\y_2'(t) &= y_1(t), \quad t > 0, \\y(0) &= y_0.\end{aligned}$$

Σχεδιάστε το διάγραμμα φάσης της λύσης.

6.6. Βρείτε τη γενική λύση του προβλήματος αρχικών τιμών

$$\begin{aligned}y_1'(t) &= y_1(t), \quad t > 0, \\y_2'(t) &= 2y_2(t), \quad t > 0, \\y(0) &= y_0.\end{aligned}$$

Σχεδιάστε το διάγραμμα φάσης της λύσης.

6.7. Βρείτε τη γενική λύση του προβλήματος αρχικών τιμών

$$\begin{aligned}y_1'(t) &= y_2(t), \quad t > 0, \\y_2'(t) &= -y_1(t), \quad t > 0, \\y(0) &= y_0.\end{aligned}$$

Σχεδιάστε το διάγραμμα φάσης της λύσης.

6.8. Βρείτε τη γενική λύση του προβλήματος αρχικών τιμών

$$\begin{aligned}y_1'(t) &= -y_1(t), \quad t > 0, \\y_2'(t) &= -2y_2(t), \quad t > 0, \\y(0) &= y_0.\end{aligned}$$

Σχεδιάστε το διάγραμμα φάσης της λύσης.