Τμημα Μαθηματικων
και Εφαρμοσμενων
Μαθηματικων,
Πανεπιστημιο Κρητης,
Ηρακλειο Κρητης

ΜΕΜ-271 Διαφορικες Εξισωσεις
Εαρινο Εξαμηνο 2018
Φυλλαδιο Εργαστηριου 8
Πεμπτη 3/5/2018

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Fourier βρείτε τη λύση των ακόλουθων προβλημάτων αρχικών και συνοριακών τιμών:

Άσκηση 9.1.

$$\begin{aligned} &u_{tt} - u_{xx} = 2\left(1 - \tfrac{2\,x}{\pi}\right) \quad \forall\, t \in \mathbb{R},\ x \in (0,\pi) \\ &u(t,0) = u(t,\pi) = 0 \quad \forall\, t \in \mathbb{R}, \\ &u(0,x) = \sin(x), \quad u_t(0,x) = \sin(x) \quad \forall\, x \in (0,\pi). \end{aligned}$$

Άσκηση 9.2.

$$\begin{aligned} &u_{tt} - u_{xx} = \tfrac{2\,x}{\pi} \quad \forall\, t \in \mathbb{R},\ x \in (0,\pi) \\ &u(t,0) = u(t,\pi) = t^2 \quad \forall\, t \in \mathbb{R}, \\ &u(0,x) = \sin(2\,x), \quad u_t(0,x) = \sin(3\,x) \quad \forall\, x \in (0,\pi). \end{aligned}$$

Άσκηση 9.3.

$$\begin{aligned} &u_t - u_{xx} = t^2\,\sin(x) \quad \forall\, t > 0,\ x \in (0,\pi), \\ &u(t,0) = u(t,\pi) = 0 \quad \forall\, t > 0, \\ &u(0,x) = \sin(2\,x) \quad \forall\, x \in (0,\pi). \end{aligned}$$

Άσκηση 9.4.

$$\begin{aligned} &u_t - u_{xx} = 2\,\sin(x)\,\cos(x) \quad \forall\, t > 0,\ x \in (0,\pi), \\ &u(t,0) = u(t,\pi) = 0 \quad \forall\, t > 0, \\ &u(0,x) = \sin(x) + \sin(3\,x) \quad \forall\, x \in (0,\pi). \end{aligned}$$

Άσκηση 9.5.

$$\begin{aligned} &u_t - u_{xx} = -u \quad \forall\, t > 0,\ x \in (0,\pi), \\ &u(t,0) = u(t,\pi) = 0 \quad \forall\, t > 0, \\ &u(0,x) = \sin(x) \quad \forall\, x \in (0,\pi). \end{aligned}$$

Επιπλέον, δείξτε, με τη μέθοδο της ενέργειας, ότι η λύση ειναι μοναδική.

Γ. Ζουράρης