

ΧΗΜ-011 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι
ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2012
ΑΣΚΗΣΕΙΣ 3

Άσκηση 3.1: Βρείτε τα πολυώνυμα Taylor $P_4(x)$ γύρω από το $x_0 = 0$ των ακόλουθων συναρτήσεων:

- α) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = x - \cos(x)$.
- β) $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \sqrt{1+x}$.
- γ) $f : (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \ln(\cos(x))$.

Άσκηση 3.2: Έστω $N \in \mathbb{N}$ και $x_0 = 0$. Βρείτε το πολυώνυμο Taylor $P_N(x)$ γύρω από το $x_0 = 0$ των ακόλουθων συναρτήσεων:

- α) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = e^{-x}$.
- β) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = e^{\alpha x}$, όπου α ένας πραγματικός αριθμός.
- γ) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \sin(\beta x)$ όπου β ένας πραγματικός αριθμός.
- δ) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \cos(x)$.

Άσκηση 3.3: Έστω $m \in \mathbb{N}$ και $p(x)$ ένα πολυώνυμο βαθμού το πολύ m . Έστω $x_0 \in \mathbb{R}$, $N \in \mathbb{N}$ και $P_N(x)$ το πολυώνυμο Taylor του p . Δείξτε ότι όταν $N \geq m$ τότε $P_N(x) = p(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Άσκηση 3.4: Χρησιμοποιήστε το πολυώνυμο Taylor για να προσεγγίσετε τους ακόλουθους αριθμούς με σφάλμα το πολύ 1%.

- α) \sqrt{e} , β) $\cos(1)$.

Γ. Ζουράρης