

Άσκηση Α.1: Υπολογίστε τα ολοκληρώματα:

$$\alpha) \int_0^1 \frac{1}{x^2+3x+2} dx, \quad \beta) \int_0^1 \frac{1}{x^2+2x+3} dx.$$

Άσκηση Α.2:

α) Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\ln(x^2))^2}{\sin^2(x)}.$$

β) Δείξτε ότι η σειρά

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+n^2+1}{n^4+n^3}$$

συγκλίνει στο $+\infty$.

Άσκηση Α.3:

α) Έστω A είναι το τρίγωνο με κορυφές τα σημεία $(0, 0)$, $(3, 0)$ και $(1, 1)$. Υπολογίστε το διπλό ολοκλήρωμα:

$$\iint_A (x+y) dx dy.$$

β) Έστω $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2\}$. Υπολογίστε το διπλό ολοκλήρωμα:

$$\iint_B (x^2 + 2y^2) dx dy.$$

Άσκηση Α.4:

α) Έστω $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x, y) \neq (0, 0)\}$ και $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ με

$$f(x, y) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \quad \forall (x, y) \in D.$$

Δείξτε ότι δεν υπάρχει το όριο

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y).$$

β) Έστω $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ με

$$f(x, y) = 2x^2 - 4x + y^2 - 4y + 1.$$

Εξετάστε αν η f έχει σημεία ολικού μεγίστου ή ελαχίστου.

Άσκηση Α.5:

α) Βρείτε το πολυώνυμο Taylor $P_2(x)$ γύρω από το $x_0 = \pi$ της συνάρτησης

$$f(x) = x \cos\left(\frac{x}{2}\right).$$

β) Υπολογίστε το εξωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $A = (3, 2, 1)$ και $B = (1, 2, 1)$.

Γ. Ζουράρης