Τμημα Χημειας,
Πανεπιστημιο Κρητης,
Ηρακλειο Κρητης

ΧΗΜ-011 Μαθηματικα Ι
Χειμερινο Εξαμηνο 2012
Τελικη Εξεταση
22/1/2013
Β

Άσκηση Β.1: Υπολογίστε τα ολοκληρώματα:

$$\alpha)\quad \int_0^1 \tfrac{1}{x^2+5x+6}\;dx, \quad \beta)\quad \int_0^1 \tfrac{1}{x^2+4x+5}\,dx.$$

Άσκηση Β.2:
α) Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x\to 0^+} \tfrac{(\ln(\sin(x)))^2}{\sin^2(x)}.$$

β) Δείξτε ότι η σειρά

$$\sum_{n=1}^{\infty} \tfrac{n^{\frac{7}{2}}+n+1}{n^5+n^3+1}$$

συγκλίνει στο $\mathbb{R}$.

Άσκηση Β.3:
α) Έστω A είναι το τρίγωνο με κορυφές τα σημεία $(0,0)$, $(3,0)$ και $(2,1)$. Υπολογίστε το διπλό ολοκλήρωμα:

$$\iint_A (x+y)\;dxdy.$$

β) Έστω $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0,\; y \geq 0,\; 1 \leq x^2+y^2 \leq 2\}$. Υπολογίστε το διπλό ολοκλήρωμα:

$$\iint_B (2\,x^2+y^2)\;dxdy.$$

Άσκηση Β.4:
α) Έστω $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\; (x,y) \neq (0,0)\}$ και $f : D \to \mathbb{R}$ με

$$f(x,y) = \tfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \quad \forall\,(x,y) \in D.$$

Δείξτε ότι δεν υπάρχει το όριο

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y).$$

β) Έστω $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ με

$$g(x,y) = x^2 + x\,y + y^2 - 6\,x + 2.$$

Εξετάστε αν η g έχει σημεία ολικού μεγίστου ή ελαχίστου.

Άσκηση Β.5:
α) Βρείτε το πολυώνυμο Taylor $P_2(x)$ γύρω από το $x_0 = 1$ της συνάρτησης

$$f(x) = x\,e^{\frac{x}{2}}.$$

β) Υπολογίσετε το εξωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $A = (1,2,3)$ και $B = (3,2,3)$.

Γ. Ζουράρης